

дипл.инж.арх. Весна Триковска

НАЦРТНА ГЕОМЕТРИЈА 2

**за II година
за градежно - геодетската струка
- архитектонски техничар -**

Скопје, 2013

Издавач: МИНИСТЕРСТВО ЗА ОБРАЗОВАНИЕ И
НАУКА НА РЕПУБЛИКА МАКЕДОНИЈА
ул. Мито Хаџивасилев Јасмин, бб
Скопје

Рецензенти: д-р Билјана Крстеска
редовен професор на ПМФ, Скопје

дипл. инж. арх. Весна Христовска
наставник во СГГУ Здравко Цветковски, Скопје

дипл. инж. арх. Снежана Трајковска
наставник во СУГС Георги Димитров, Скопје

Лектор: Матилда Саздова,
советник-лектор во ЈП Службен весник на РМ

Коректор: дипл. инж. арх. Весна Трпковска
наставник во СГГУ Здравко Цветковски, Скопје

Компјутерска

обработка: дипл. инж. арх. Весна Трпковска
наставник во СГГУ Здравко Цветковски, Скопје

Корица: дипл. инж. арх. Весна Трпковска
наставник во СГГУ Здравко Цветковски, Скопје

Давчевски Стоиле, графички дизајнер

Печати: Графички центар дооел, Скопје

Тираж: 40

Со решение на Министерот за образование и наука на Република Македонија
бр. 22-4261/1 од 28.07.2010 година се одобрува употребата на овој учебник

CIP – Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека „Св.Климент Охридски“, Скопје

514.18(075.3)

ТРПКОВСКА, Весна

Нацртна геометрија 2 : за II година за градежно-геодетска струка :
архитектонски техничар / Весна Трпковска. – Скопје : Министерство за образование
и наука на Република Македонија, 2010. – 96 стр. : илустр. ; 30 см

ISBN 978-608-226-030-3

COBISS.MK-ID 84243210

СОДРЖИНА

1. Вовед	1
2. Пресек на призма со проектирачка рамнина и мрежа	4
3. Пресек на пирамида со проектирачка рамнина и мрежа	7
4. Пресек на цилиндар со проектирачка рамнина и мрежа	12
5. Пресек на конус со проектирачка рамнина и мрежа	15
6. Пресек на геометриски тела со коса рамнина	19
7. Пресек на права призма со коса рамнина	20
8. Пресек на пирамида со коса рамнина	21
9. Пресек на цилиндер со коса рамнина	22
10. Пресек на цилиндер со коса рамнина	23
11. Примена на пресеците во градежништвото	24
12. Покриви	29
13. Конструкција на сенки	37
14. Елементи кај осветлените тела	39
15. Сенка на точка	39
16. Сенка на отсечка	40
17. Сенка на геометриски слики	42
18. Сопствена и фрлена сенка на геометриски тела	43
19. Перспектива	51
20. Перспективна слика на точка	59
21. Перспективна слика на права	60
22. Размерни точки	69
23. Перспективни слики на рамнински ликови	70
24. Пренесување на висини во перспектива	79
25. Перспективни слики на тридимензионални предмети	80
26. Обработка на технички цртежи	94

ПРЕДГОВОР

Учебникот кој е пред вас се надоврзува на материјалот по нацртна геометрија од прва година. Подготвен е според наставната програма за втора година за учениците од градежно - геодејската струка за профилот архитектонски техничар.

Целта на нацртната геометрија како фундаментална научна дисциплина во техниката е да го развие осетот за простор и графичка комуникација.

Со изучувањето на предвидените содржини, ученикот треба да ги согледа и да ги препознава различните просторни форми и да ги проширува и прогледува правилата и принципите на нацртната геометрија за преиспитување на едноставни и сложени геометриски фигури како и правилата и принципите на перспективно преиспитување на едноставни и сложени геометриски фигури.

При употреба на учебникот, неопходно е ученикот самостојно и постојано да го нацрта секој цртеж од предвидените теми како и од задачите за вежбање. Така ќе може да ја согледа целата постојанка и да ја воочи положбата на секоја линија што е повлечена на цртежот. Тоа овозможува развивање на способноста за подобро сфаќање на просторот, односно просторните односи на предметите. Исто така, корисно е ученикот да изработува макети (модели) на разгледуваниите геометриски тела и просторни фигури од картон или од друг соодветен материјал. На тој начин, се оспособува за решавање на задачите во простор најоредно со цртање во проекции.

Изучувањето на предвидените содржини кај учениците, ги развива чувствата за тродимензионален простор и начините на негово графичко презентирање, збогатувајќи ја техничката култура неопходна за секое техничко стручно лице.

Со темелното изучување на темите од нацртната геометрија и перспективата, учениците ќе може да ги аплицираат стекнатите знаења и во други дисциплини од техничкото творештво, почнувајќи од замислата на авторот, проектирањето и презентацијата на различни проекти.

Двосторо

ТЕМА
А. НАЦРТНА ГЕОМЕТРИЈА

Тематска целина
1. ПРЕСЕЦИ НА ГЕОМЕТРИСКИ
ТЕЛА СО ПРОЕКТИРАЧКА И
КОСА РАМНИНА

Во оваа тематска целина, ученикот
може да се запознае со:

- цртање пресеци на геометриски
тела: призма, пирамида,
цилиндар и конус со рамнини
нормални на Π_1 , Π_2 и Π_3 ;
- конструкција на мрежа на
геометриски тела;
- изработка на модели на пресеци
на геометриски тела со
проектирачка рамнина и
- цртање пресеци на геометриски
тела: призма, пирамида,
цилиндар и конус со коса
рамнина.

ТЕМАТСКА ЦЕЛИНА

1. Пресеци на тела со проектирачка рамнина

1.1. Пресек на права призма со проектирачка рамнина

1.2. Пресек на пирамида со проектирачка рамнина

1.3. Пресек на цилиндар со проектирачка рамнина

1.4. Пресек на конус со проектирачка рамнина

1.5. Пресек на геометриски тела со коса рамнина

ВОВЕД

Пред вас е материјал по нацртна геометрија, кој претставува надоврзување на материјалот кој се изучувал во прва година. Материјал е напишан според реформираната наставна програма за II година за профилот архитектонски техничар, од градежно-геодетската струка.

„Техничкиот цртеж е значајно средство за разбирање во техниката. Затоа, техничкиот цртеж се смета како јазик на инженерите, а нацртната геометрија како нејова граматика.“

Валтер Вундерлих

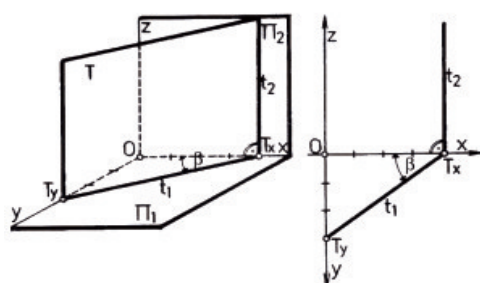
1. ПРЕСЕЦИ НА ГЕОМЕТРИСКИ ТЕЛА СО ПРОЕКТИРАЧКА РАМНИНА

Во ова поглавје ќе се проучуваат рамнинските пресеци на прави рабести тела (призма и пирамида) и ротациони тела (конус и цилиндар) со проектирачки рамнини или рамнини нормални на проекционите рамнини: Π_1 , Π_2 и Π_3 .

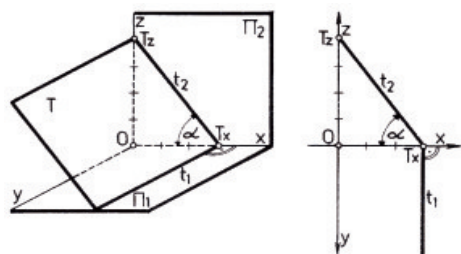
Проектирачката рамнина е рамнина која е во специјална положба во однос на проекционите рамнини Π_1 , Π_2 и Π_3 , односно е нормална на една од нив (сл.1). Во онаа проекциона рамнина на која е нормална проектирачката рамнина, таа се проектира во права (трага на рамнината) која е под агол (α , β) со една од оските. На таа права (трагата од проектирачката рамнина) пресечната фигура се проектира во отсечка која се поклопува со трагата на рамнината.

Множеството од точки што му припаѓаат на даденото тело и на рамнината што го сече, го определуваат **рамнинскиот пресек** кој се јавува во облик на многуаголник или на рамнинска крива.

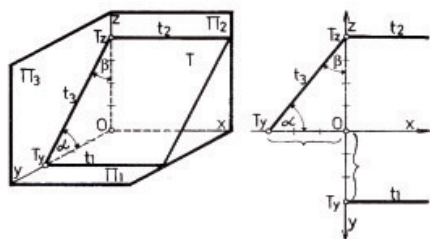
- Ако се определува пробод на рабовите на рабестото тело (призма или пирамида) со пресечната рамнина, се наоѓаат прободните (заеднички) точки кои се поврзуваат во **пресечен многуаголник (полигон)**.
- Ако се определува пробод на произволни изводници на валчесто (ротационо) тело (конус или цилиндар) со пресечната рамнина, се наоѓаат прободните (заеднички) точки кои се поврзуваат непрекинато во **пресечна крива**.



– прва проектирачка рамнина



– втора проектирачка рамнина



– трета проектирачка рамнина

сл. 1

1.1. Пресек на права призма со проектирачка рамнина и мрежа

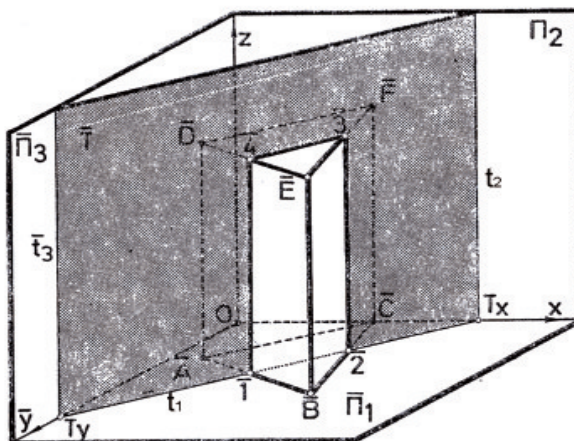
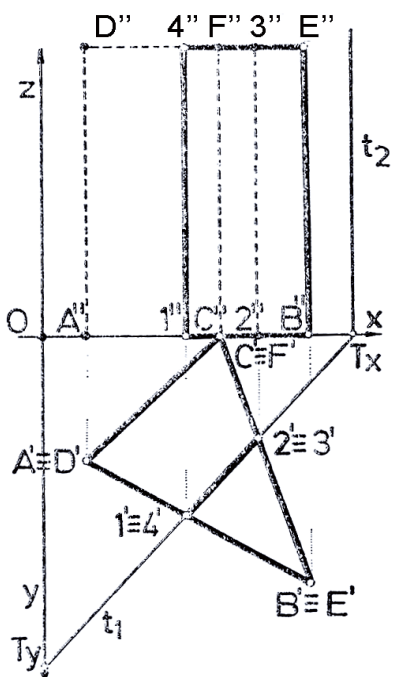
Ќе разгледаме пресек на призма со проектирачка рамнина (рамнина во специјална положба).

Во онаа проекциона рамнина на која пресечната (проектирачката) рамнина (Т) е нормална, пресечниот многуаголник се проектира во отсечка на трагата на проектирачката рамнина. Во истата проекција се наоѓаат точките каде што рабовите на телото ја прободуваат проектирачката рамнина (трагата на таа рамнина - t).

Така добиените пресечни точки го определуваат пресечниот многуаголник, кој во таа проекција е проектиран во вид на отсечка. Ако од тие точки се повлечат ординати до пресек со соодветните рабови во другите проекции, ќе се определи пресекот во другите проекции каде што пресекот се проектира во многуаголник.

Положбата на проектирачката рамнина (Т) во однос на телото може да биде:

1°- рамнината Т да е паралелна со рабовите на телото - призмата.



1°- Рамнината Т е паралелна со рабовите на призмата

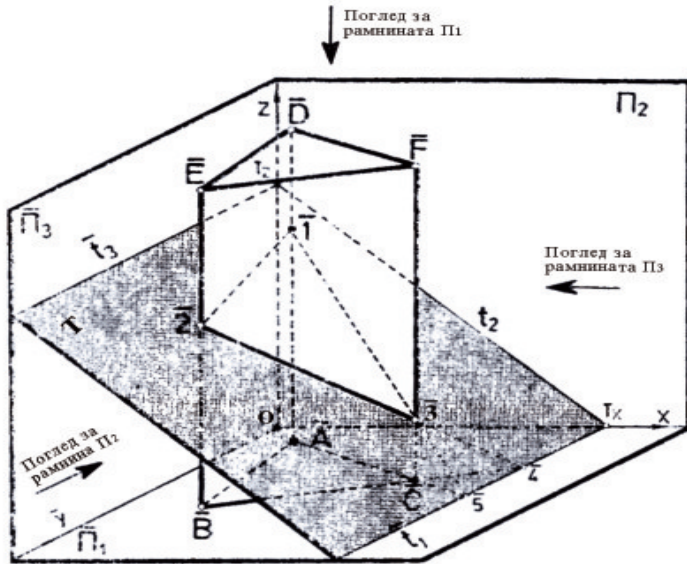
Во овој случај, како што може да се види од просторниот изглед, пресечниот полигон е правоаголникот $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$ чии две спротивни страни $\bar{1}\bar{4}$ и $\bar{2}\bar{3}$ се паралелни со бочните рабови на призмата, а помалите спротивни страни $\bar{1}\bar{2}$, и $\bar{3}\bar{4}$ се пресечни отсечки со основите на призмата.

Во ортогоналниот приказ, пресечниот правоаголник во првата проектирачка рамнина е отсечката $1'4' \equiv 2'3'$ која е дел од трагата t_1 . Во втората рамнина се проектира во намален правоаголник $1'' 2'' 3'' 4''$.

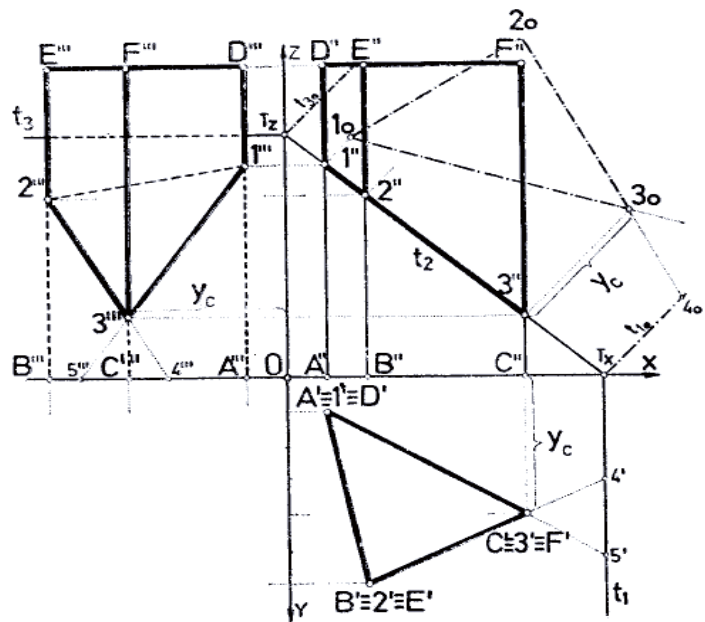
2^o - рамнината T да биде под одреден агол со бочниите рабови на призмата.

Овој случај овде ќе биде подетално разработен.

Задача 1. Во проекторен приказ и во ортогонална проекција, да се определи пресекој на тристрана призма со основа триаголник ABC [A(1,1,0)B(3,8,0)C(8,5,0)] со висина H = 9 см со проектирачката рамнина T(10,∞,7) (сл. 2 а, б).



сл.2 а



сл. 2 б

Решение: Од просторниот изглед (сл. 2 а) нагледно може да се воочи дека проектирачката рамнина T ја сече призмата во пресечниот полигон – триаголникот $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$.

Во ортогоналниот изглед (сл. 2 б) во фронталната проекција (втора проекција), пресечниот триаголник е отсечката $1''2''3''$ која се поклопува со трагата t_2 на рамнината T . Во хоризонталната проекција (прва проекција) пресечниот полигон се поклопува со проекцијата на базисите на призмата. Третата (профилна проекција) на пресечниот полигон ќе се добие ако од точките $1''2''3''$ повлечеме ординати кон третата проекција на призмата и во пресекот со соодветниот раб, ќе се добијат точките $1'''2'''3'''$ од пресечниот полигон.

Видливост: „Застануваме“ пред телото во рамнината Π_1 со поглед нормален на y -оската. Најблиску до нас е работ од призмата $V' B_1'$ кој е видлив, што значи дека и страните $V' A' A_1' B_1'$ и $V' C' C_1' B_1'$ се видливи. Најдалеку е страната $A' C' C_1' A_1'$ што значи дека е невидлива. Видливоста на пресечниот полигон во Π_3 ќе се определи ако „застанеме“ пред телото во Π_1 , но со поглед нормален на y -оската и ако претпоставиме дека пресечната рамнина T е непросирна. Точката $3'$ лежи на работ $C' C_1'$ кој е најблиску до нас. Значи, во Π_3 е видлив. Отсечката $1' 2'$ од пресечниот триаголник, лежи на невидливата страна $V' A' A_1' B_1'$ од призмата, што значи дека во Π_3 ќе биде невидлива.

Задачи за вежбање:

1. Да се определи во ортогонална проекција во три рамнини, пресекот на четиристрана призма со основа $ABCD[A(0,3,1)B(0,1,6)C(0,7,8)D(0,10,3)]$ која лежи во рамнината Π_3 , со висина $H = 11$ см, со рамнината $T(10, \infty, 10)$. Да се определи видливоста.

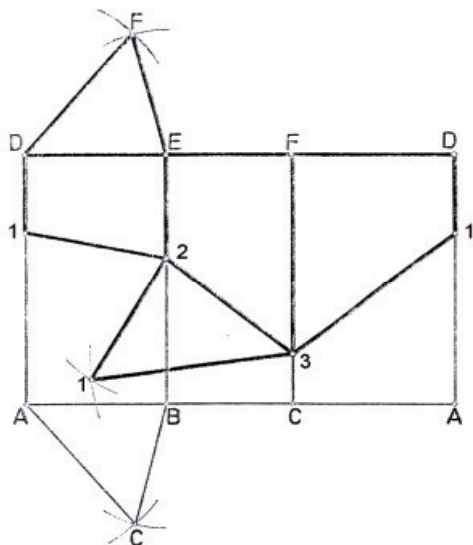
2. Да се определи во ортогонална проекција во три рамнини, пресекот на тристрана призма со основа $\triangle ABC[A(1,4,0)B(10,6,0)C(6,1,0)]$ која лежи во рамнината Π_1 , со висина $H = 10$ см, со рамнината $T(\infty, 9, 8)$. Да се определи видливоста.

3. Да се определи во ортогонална проекција во три рамнини, пресекот на четиристрана призма со основа $ABCD[A(3,0,1)B(1,0,6)C(7,0,8)D(10,0,3)]$ која лежи во рамнината Π_2 , со висина $H = 10$ см, со рамнината $T(12, 7, \infty)$. Да се определи видливоста.

4. Да се определи во ортогонална проекција во три рамнини, пресекот на тристрана призма со основа $\triangle ABC[A(0,8,4)B(0,1,2)C(0,4,8)]$ која лежи во рамнината Π_3 , со висина $H = 11$ см, со рамнината $T(10, \infty, 10)$. Да се определи видливоста.

5. Да се определи во ортогонална проекција во три рамнини, пресекот на правилна тристрана призма со основа $\triangle ABC [A(1,5,0)B(9,1,0)]$ која лежи во рамнината Π_1 , со висина $H=11\text{cm}$, со рамнината $T(12, \infty, 9)$. Да се определи видливоста.

6. Да се определи во ортогонална проекција во три рамнини, пресекот на правилна четиристрана призма со основа $\square ABCD$ која лежи во рамнината Π_2 со страна $a = AB [A(1,0,6)B(3,0,1)]$ и висина $H = 10\text{cm}$ со рамнината $T(12,7, \infty)$. Да се определи видливоста.



Конструкција на мрежа на права четиристрана призма

Конструкција на мрежа на призма

За да се нацрта мрежата на пресечената призма, треба да се претстават бочните страни и основите на призмата разгрането, во една рамнина, како што е прикажано на сликата. Вистинските должини на бочните рабови се дадени во Π_2 и во Π_3 , а вистинската големина на рабовите на основата се дадени во Π_1 .

Најнапред се конструира обвивката на призмата која е составена од бочните страни или правоаголниците: $ABED$, $BCFE$ и $CADF$. Потоа, се додаваат основите ABC и DEF . Така се добива мрежата за целата призма. Ако на бочните рабови се пренесат растојанијата $A'' 1''$, $B'' 2''$ и $C'' 3''$ ($A''' 1'''$, $B''' 2'''$ и $C''' 3'''$) кои во вистинска големина се гледаат во Π_2 или Π_3 , ќе се добијат темињата 1, 2 и 3 на пресечниот триаголник. Со поврзување на точките 1, 2, 3 и 1 го добиваме развиен пресечниот полигон врз обвивката на призмата. Ако треба да се направи мрежа на пресечениот дел од призмата, тогаш треба да се дополни со вистинската големина на пресечниот полигон.

Вистинската големина на пресечниот полигон, $1_0 2_0 3_0$, може да се добие и со соборување на рамнината T околу трагот t_2 во Π_2 (сл. 26).

На дадениот цртеж со здебелена линија е прикажана мрежата на горниот пресечен дел од призмата.

Направи и размисли

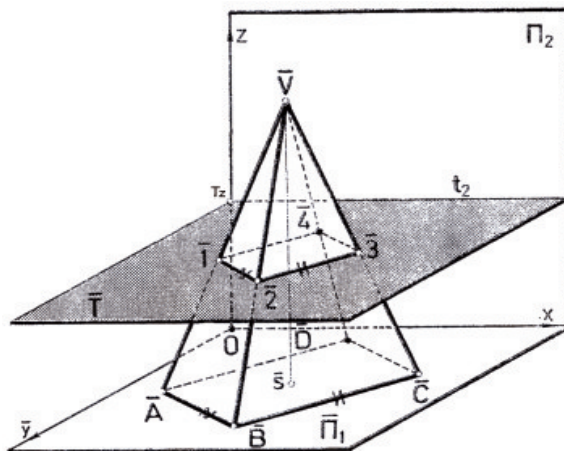
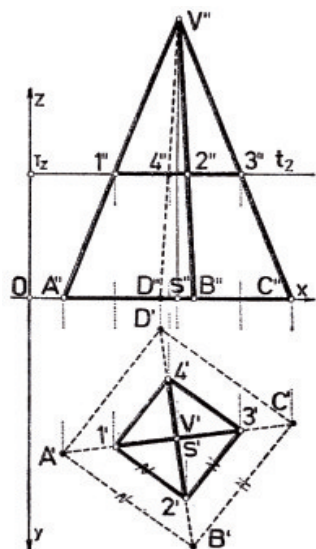
Врз основа на дадениот цртеж направи модел од картон на:

- целата призма;
- пресечената призма;
- пресметај ја површината на призмата;
- пресметај ја површината на пресечената призма;
- Каде наоѓа примена пресметката на површините?
- Спореди ја големината на триаголниците 1 2 3 и ABC. Кој е поголем и зошто?

1. 2. Пресек на пирамида со проектирачка рамнина и мрежа

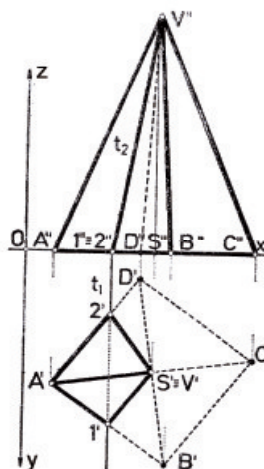
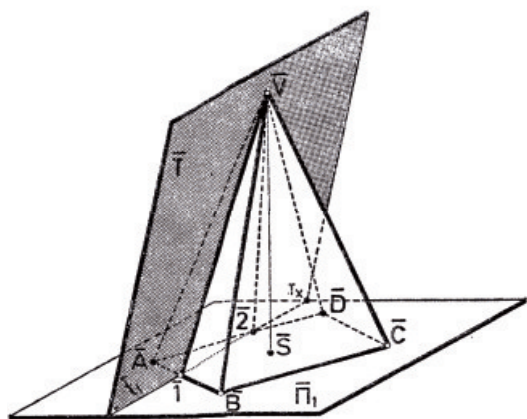
Положбата на проектирачката рамнина во однос на пирамидата може да биде различна:

1^o - паралелна со основата на пирамидата



Пресек на квадратна пирамида со рамнина паралелна со нејзината основа

2^o - поминува низ врвот на пирамидата и



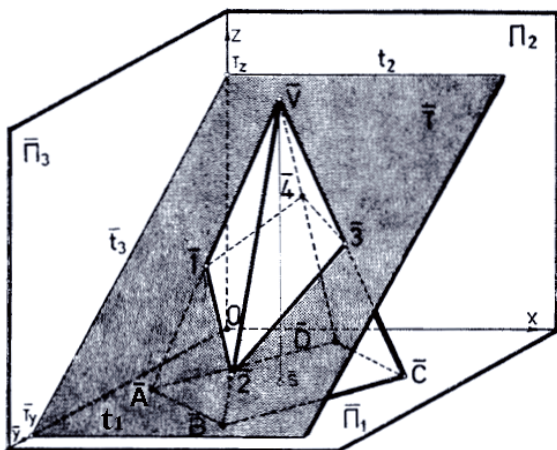
Пресек на квадратна пирамида со рамнина која поминува низ нејзиниот врв

3^o - ги сече сите рабови на пирамидата.

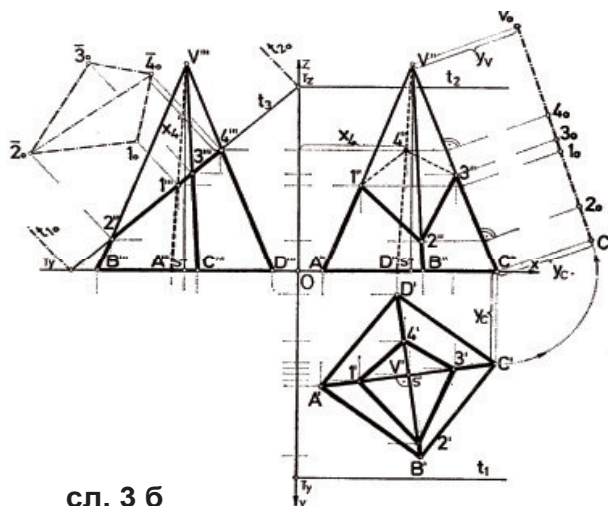
Овде ќе биде објаснето добивањето на пресечен полигон кога проектирачката рамнина ги сече сите рабови на пирамидата.

Разгледај ги цртежите и размисли каков е пресечниот полигон кај другите два случаи!

Задача 1. Во просторен приказ и во ортогонална проекција, да се определи пресекот на четиристрана пирамида со основа правилен четириаголник со страна $a = \overline{AB} [A(1,6,0)B(3,1,0)]$ со висина $H = 9$ см со проектирачката рамнина $T(\infty, 10, 7)$ (сл. 3 а, б).



сл. 3 а



сл. 3 б

Решение: Од просторниот изглед (сл. 3 а) нагледно може да се воочи дека проектирачката рамнина T ја сече пирамидата во пресечниот полигон – четириаголникот 1, 2, 3, 4.

Во ортогоналниот изглед (сл. 3 б) во профилната проекција (трета проекција), пресечниот четириаголник е отсечката $1'' 2'' 3'' 4''$ која се поклопува со трагата t_3 на рамнината T . Точките од пресечниот четириаголник $1'' 2'' 3'' 4''$ се добиваат во пресекот на трагот t_3 и рабовите на пирамидата. Пресечниот полигон во прва и втора проекција ќе се добие ако од точките $1'' 2'' 3'' 4''$ се повлечат ординати и во пресек со соодветниот раб на пирамидата ќе се добијат точките кои припаѓаат на пресечниот полигон во прва и во втора проекција.

Видливост: Најнапред се определува видливоста на пирамидата. За таа цел, треба да замислиме дека стоиме пред телото во рамнината во која лежи, во овој случај тоа е Π_1 рамнината. Прво се определува видливоста во Π_2 рамнината, така што погледот треба да е нормален на x -оската.

Најдалеку е работ $B' V'$ што значи дека во Π_2 тој ќе биде невидлив. За определување на видливоста на телото во Π_3 рамнината ќе замислиме дека стоиме во Π_1 рамнината но со поглед нормален на y -оската. Најдалеку е работ $A' V'$, што значи дека во Π_3 тој е невидлив.

Видливоста на пресечниот полигон се определува така што ќе замислиме дека стоиме пред телото во онаа рамнина каде што пресечниот полигон се поклопува со трагот на проектирачката рамнина, во овој случај тоа е рамнината Π_3 .

За определување на видливоста на пресечниот полигон и пирамидата во Π_2 погледот треба да е нормален на z -оската. Најблиску е точката $4'''$ од пресечниот полигон, што значи дека во Π_2 ќе биде видлива како и отсечките кои излегуваат од неа $4''' 1'''$ и $4''' 3'''$. Најдалеку е точката $2'''$ од пресечниот полигон, што значи дека ќе биде невидлива како и отсечките кои излегуваат од неа $2''' 1'''$ и $2''' 3'''$. Точката $2''$ од пресечниот полигон како и отсечките $2'' 1''$ и $2'' 3''$ се невидливи во Π_2 и поради тоа што точката $2''$ лежи на невидлив раб од пирамидата. Ако претпоставиме дека проектирачката рамнина T е непросирна, тогаш во Π_2 ќе се гледа само делот од пирамидата од врвот до пресечниот полигон. За определување на видливоста на пресечниот полигон и пирамидата во Π_1 погледот треба да е нормален на y -оската. Пресечниот полигон се гледа цел како и делот од пирамидата од врвот до пресечниот полигон.

Задачи за вежбање:

1. Да се определи пресекот на правилна четири-страна пирамида со основа $\square ABCD$ која лежи во рамнината Π_2 со страна $a = \overline{AB}[A(1,0,6)B(3,0,1)]$ и висина $H = 10$ см со рамнината $T(12,7,\infty)$.

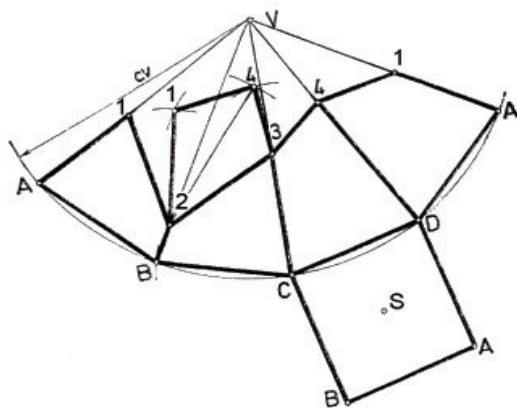
2. Да се определи пресекот на правилна тристрана пирамида со основа $\triangle ABC$ која лежи во рамнината Π_3 со страна $a = \overline{AB}[A(0,1,6)B(0,6,1)]$ и висина $H = 10$ см со рамнината $T(8,\infty,10)$.

3. Да се определи пресекот на правилна четири-страна пирамида со основа $\square ABCD$ која лежи во рамнината Π_1 со страна $a = \overline{AB}[A(3,1,0)B(1,6,0)]$ и висина $H = 12$ см со рамнината $T(12,\infty,8)$.

4. Да се определи пресекот на правилна тристрана пирамида со основа $\triangle ABC$ која лежи во рамнината Π_3 со страна $a = \overline{AB}[A(0,1,3)B(0,8,1)]$ и висина $H=12$ см со рамнината $T(8,10,\infty)$.

5. Да се определи пресекот на правилна тристрана пирамида со основа $\triangle ABC$ која лежи во рамнината Π_2 со страна $a = \overline{AB}[A(1,0,7)B(9,0,9)]$ и висина $H = 10$ см со рамнината $T(\infty,7,10)$.

6. Да се определи пресекот на правилна четири-страна пирамида со основа $\square ABCD$ која лежи во рамнината Π_1 со страна $a = \overline{AB}[A(1,6,0)B(3,1,0)]$ и висина $H = 10$ см со рамнината $T(\infty,10,8)$.

Конструкција на мрежа на пирамида

Конструкција на мрежа на квадратна пирамида

Мрежата на пирамидата е составена од обвивка која ја сочинуваат четири складни рамнокраки триаголници чии краци се нејзините бочни рабови, а основите се страните на базисот на пирамидата. Вистинската должина на бочниот раб се добива со фронталнопроектирачки трапез¹. На него се пренесуваат прободните точки 2_0 , 1_0 , 3_0 и 4_0 , кои се темиња на пресечниот четириаголник. Вистинските големини на основата на пирамидата се проектирани во Π_1 .

За цртање на мрежата најнапред произволно се одбира точката V од која се црта лак чиј радиус е вистинската големина на работ CV . Се обележува точката A и од неа по должината на лакот се нанесуваат должините на страните на основата на пирамидата. Тие точки се поврзуваат со врвот или точката V . Така добиените триаголници ја сочинуваат мрежата на обвивката на пирамидата, пресечена по бочниот раб AV и развиена на една рамнина. На една од страните на основата, CD , се нанесува базисот $ABCD$, со што се добива целата мрежа на пирамидата. На бочните рабови од мрежата на обвивката се нанесуваат вистинските должини $\overline{A1} = \overline{C_0 1_0}$, $\overline{B2} = \overline{C_0 2_0}$, $\overline{C3} = \overline{C_0 3_0}$ и $\overline{D4} = \overline{C_0 4_0}$. Со поврзување на точките $1\ 2\ 3\ 4\ 1$ се добиваат страните на пресечниот четириаголник. Ако треба да се направи мрежа на пресечениот дел од пирамидата, покрај вистинската големина на базисот $ABCD$, треба да се најде вистинската големина и на пресечниот четириаголник $1\ 2\ 3\ 4$. За таа цел, се соборува рамнината T околу трагот t_3 во рамнината Π_3 и се добива вистинската големина $1_0, 2_0, 3_0$ и 4_0 . На страната $2\ 3$ на мрежата, прво се конструира триаголникот $2\ 3\ 4$, а потоа врз страната $4\ 2$ (дијагонала на четириаголникот) и другиот триаголник $4\ 2\ 1$. Со подебели линии се исцртува делот од обвивката, основата и пресечниот полигон од долниот дел на пирамидата.

Направи и размисли

Врз основа на дадениот цртеж направи модел од картон на:

- целата пирамида;
- долниот дел од пресечената пирамида;
- каков е пресечниот полигон кај случаите 1° и 2° ? Направи макета од тие пирамиди!

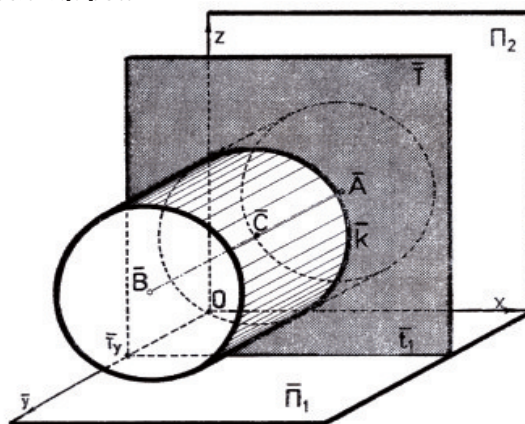
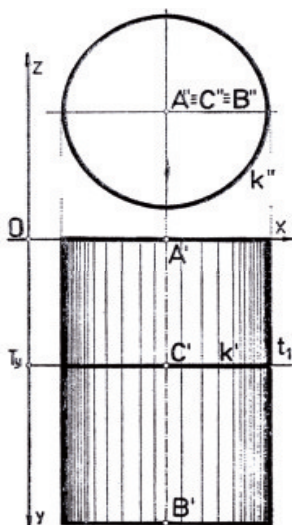
¹ Види „Вистинска големина на отсечка“ од учебникот по Нацртна геометрија за I година

1.3. Пресек на цилиндар со проектирачка рамнина и мрежа

Постапката за определување на рамнинскиот пресек на цилиндар со проектирачка рамнина е слична со постапката кај призмата.

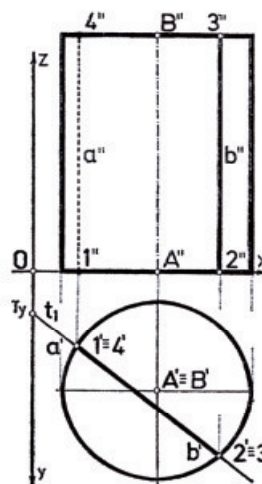
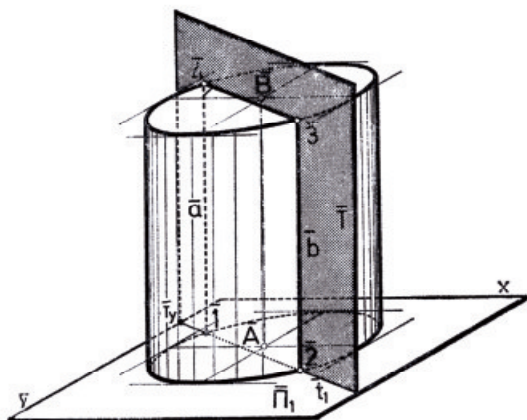
Положбата на проектирачката рамнина (Т) во однос на цилиндарот може да биде:

1^o- рамнината Т е паралелна со изводниците² на цилиндарот



Пресек на цилиндар со рамнина паралелна со неговата оска (изводници)

2^o- рамнината Т е паралелна на основите на цилиндарот



Пресек на цилиндар со рамнина паралелна на неговите основи

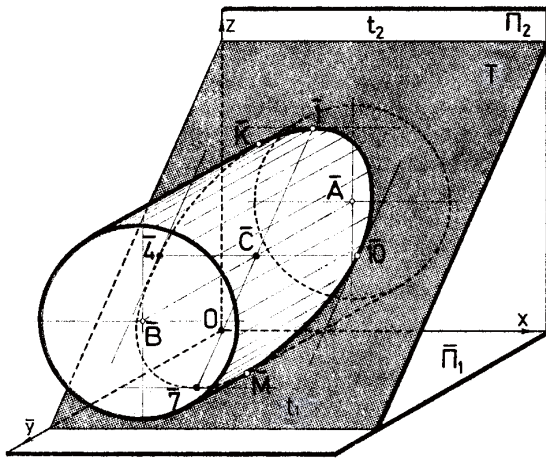
Размисли каква ќе биде пресечната геометричка слика кај двата случаи!

² Изводници се замислени отсечки кои се поставуваат на обвивката на цилиндарот кои ги поврзуваат двете основи. Може да се претпостават произволен број изводници

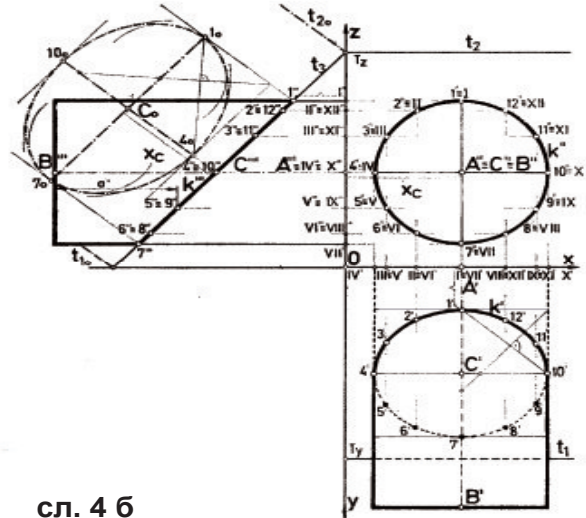
3^o - рамнината T ги сече сити изводници на цилиндарот.

Овде подетално ќе се разгледува само третиот случај.

Задача 1. Во просторен приказ и во ортогонална проекција, да се определи пресекот на цилиндар кој лежи во Π_2 рамнината со центар на основата C (4,0,4), $r = 3$ см, со висина H = 9 см со проектирачката рамнина $T(\infty, 10, 7)$ (сл. 4 а, б).



сл. 4 а



сл. 4 б

Решение: Од просторниот изглед нагледно може да се воочи дека проектирачката рамнина T го сече цилиндарот само по обвивката во облик на затворена крива - елипса (сл. 4а).

Во ортогоналниот изглед (сл. 4б) во профилната проекција (Π_3), пресечната елипса е отсечката $1'' 7''$ која се поклопува со трагата t_3 на рамнината T. Во фронталната проекција (Π_2) пресечната елипса се проектира како кружница што се поклопува со втората проекција на цилиндарот.

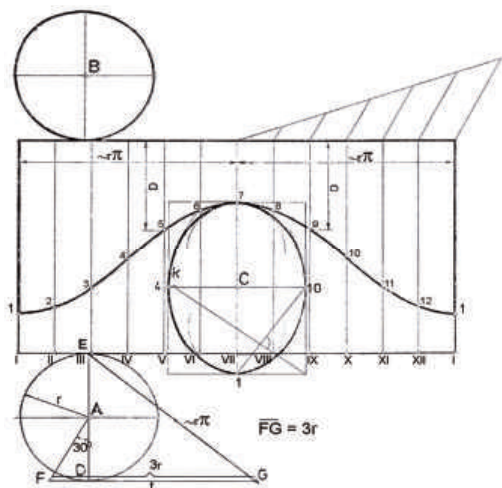
Во Π_2 се дефинирани двата дијаметри на кружницата, $IV'' X''$ и $I'' VII''$. Тие се поклопуваат со дијаметрите на елипсата. Покрај овие точки произволно се одбираат точките $II'', III'', V'', VI'', VIII'', IX'', XI''$ и XII'' , кои ќе помогнат за попрецизно исцртување на елипсата. Од сите точки ќе замислиме дека излегуваат изводници кои во Π_3 рамнината ги пресекува пресечната рамнина T во точките $1''', 2''', 3''', 4''', 5''', 6''', 7''', 8''', 9''', 10''', 11'''$ и $12'''$. Од сите точки се повлекуваат ординати до Π_2 каде што ќе се добие првата

проекција на пресечната елипса. Пресекот во Π_2 се поклопува со проекцијата на цилиндарот. Во точките $4'$ и $10'$ се врши промена на видливоста на пресечната елипса во Π_1 .

Видливост: За определување на видливоста на пресечната елипса и на цилиндерот во Π_1 , „застануваме“ над телото во рамнината Π_3 со поглед нормален на x -оската. Најблиску до нас е точката 1^{'''} од елипсата, што значи дека ќе биде видлива во Π_1 . Точките 4^{'''} и 10^{'''} припаѓаат на елипсата, но бидејќи лежат на телесната висина на цилиндарот, ја претставуваат границата на видливост на елипсата во Π_1 . Точката 7^{'''} е најдалеку од нас, што значи дека е невидлива во Π_1 .

Задачи за вежбање:

1. Да се определи пресекот на цилиндар со центар на основата $S(4,4,0)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_1 , со $H = 9$ см, со рамнината $T(\infty, 10, 7)$.
2. Да се определи пресекот на цилиндар со центар на основата $S(4,4,0)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_1 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(10, \infty, 7)$.
3. Да се определи пресекот на цилиндар со центар на основата $S(4,0,4)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_2 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(\infty, 9, 9)$.
4. Да се определи пресекот на цилиндар со центар на основата $S(4,0,4)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_2 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(9, 6, \infty)$.
5. Да се определи пресекот на цилиндар со центар на основата $S(0,4,4)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_3 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(9, \infty, 9)$.
6. Да се определи пресекот на цилиндар со центар на основата $S(0,4,4)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_3 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(9, 9, \infty)$.



Конструкција на мрежа на цилиндар со пресечна крива

Конструкција на мрежа на цилиндар

Мрежата на цилиндарот е составена од обвивка која претставува правоаголник со должина еднаква на периметарот на основата (обиколка на кружницата) на цилиндарот и ширина еднаква на висината на цилиндарот и два базиса или две кружници кои се во вистинска големина во Π_2 . Должината на правоаголникот се добива со ректифицирање на кружницата (исправање на кружницата во отсечка) со помош на приближната конструкција на Адам Кохански³. На овој начин се конструира правоаголникот кој е обвивка на цилиндарот и е дел од мрежата.

³ На кружницата со центар A и радиус r се повлекува дијаметар DE и низ точката D како допирна се црта тангентата t , како што се гледа на сликата. Потоа се конструира централен агол од 30° со теме во центарот A , чиј крак ја сече тангентата во точката F . Од оваа точка, на полуправата t во насока на точката D трипати се нанесува должината на радиусот и се добива отсечка со должина $FG = 3r$. Точката G се поврзува со точката E и се добива отсечката EG која е со голема приближност еднаква на половината од периметарот (обиколката) на кружницата. $\overline{EG} \approx \pi r$.

За да се конструира мрежа на пресечниот дел од цилиндарот кој е ограничен со основата со центар B и пресечната елипса k , се поставуваат замислени дванаесет изводници со подножни точки I, II, III, IV...XII кои имаат дванаесет заеднички точки со пресечната елипса k : 1, 2, 3,...12. Вистинските големини на деловите на така замислените изводници се мерат од Π_1 и се нанесуваат на дванаесетте изводници од развиената приближна обвивка на цилиндарот. Со поврзување на точките 1, 2, 3,...12 се определува развиената форма на елипсата. Потоа се црта пресечната елипса со центар во точката C . Со здобелени полни линии се обележува горниот дел од обвивката со развиената пресечна елипса, основата со центар B и елипсата k . На тој начин се обликува бараната мрежа на цилиндарот.

Направи и размисли

Врз основа на дадениот цртеж направи модел од картон на:

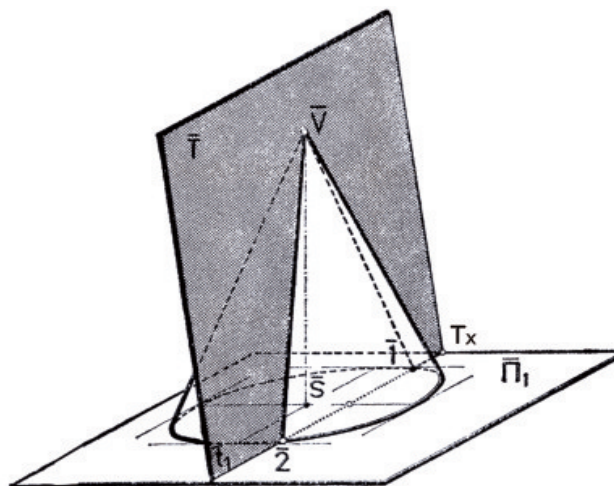
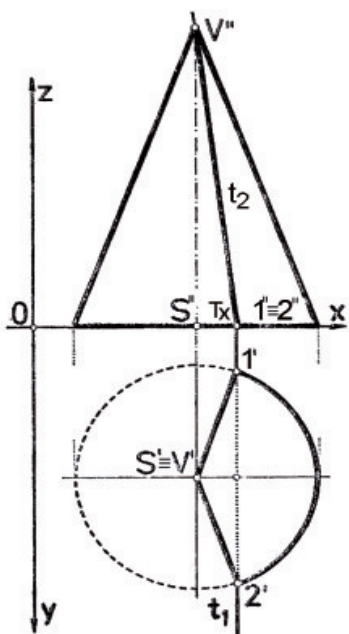
- целиот цилиндар;
- долниот дел од пресечениот цилиндар;
- Одговори која е геометриската слика на пресекот кај случаите 1° и 2° ?

1. 4. Пресек на конус со проектирачка рамнина и мрежа

Постапката за определување на рамнинскиот пресек на конус со проектирачка рамнина е слична со постапката кај пирамидата. Зошто?!

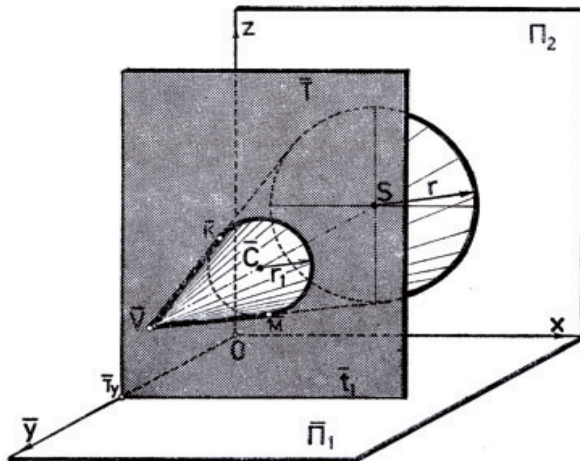
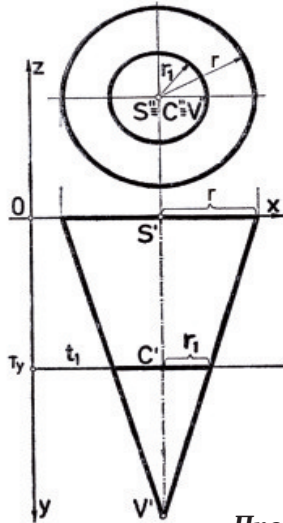
Положбата на проектирачката рамнина (T) во однос на конусот може да биде:

1° - рамнината T минува низ врвот на конусот



Пресек на конус со рамнина која минува низ неговиот врв

2° - рамнината T е ѝаралелна на основата на конусот



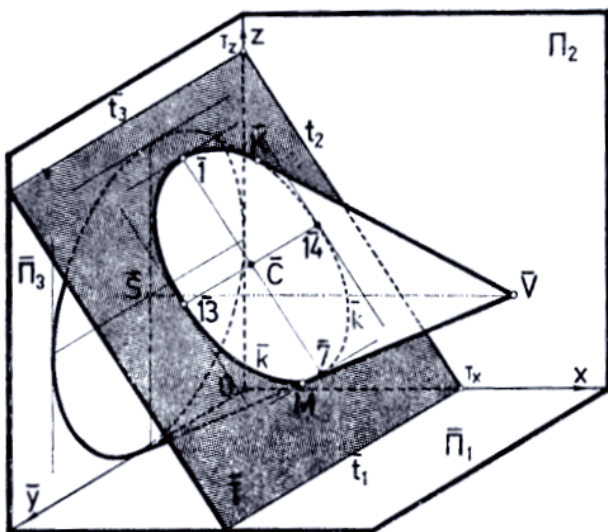
Пресек на конус со рамнина ѝаралелна со негова ѝа основа

3° - рамнината T ѝи сече сѝише изводници⁴ на конусот.

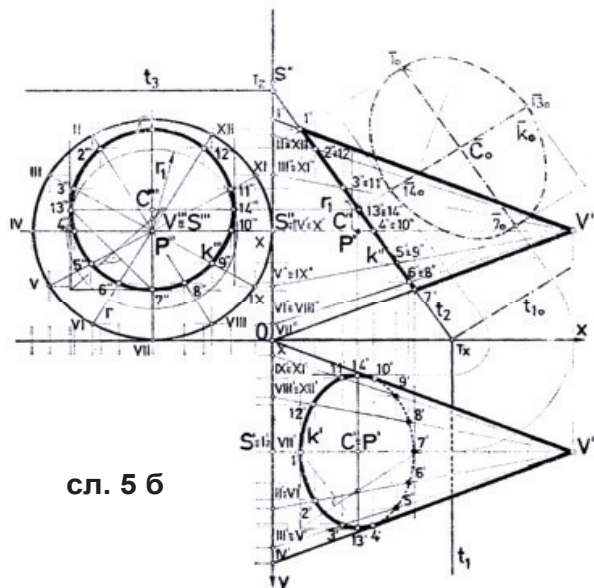
Овде ќе се разгледува подетално само третиот случај.

Размисли каков ќе биде обликот на пресечната крива кај останатите два случаи!

Задача 1. Во ѝпросѝорен ѝриказ и во орѝоѓонална ѝроекѝија, да се оѝредели ѝресекоѝ на конус кој лежи во Π_3 рамнината со центар на основата $S(0,4,4)$, $r = 3$ см, со висина $H = 9$ см со ѝроекѝирачка ѝа рамнина $T(10, \infty, 7)$ (сл. 5а, б).



сл. 5 а



сл. 5 б

⁴ **Изводници** се замислени отсечки кои лежат на обвивката на конусот и ја поврзуваат основата со врвот. При решавањето на задачите може да се дефинира произволен број изводници.

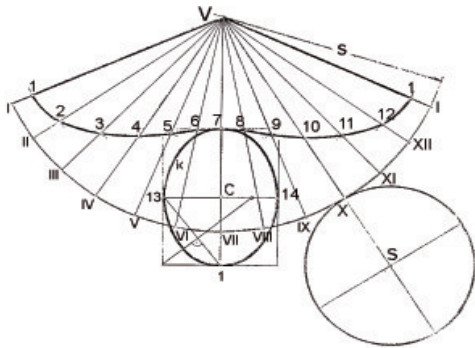
Решение: Од просторниот изглед нагледно може да се воочи дека проектирачката рамнина T го сече конусот само по обвивката во облик на затворена крива – елипса (сл. 5 а).

Во ортогоналниот изглед (сл. 5 б) во фронталната проекција (втора проекција), пресечната елипса е отсечката $1'' 2''$ која се поклопува со трагата t_2 на рамнината T . Во профилната проекција (Π_2) и хоризонталната проекција (Π_1), пресечната затворена крива се проектира како елипса. Во Π_3 се дефинирани двата дијаметри на кружницата, $A'' B''$ и $C'' D''$. Тие се поклопуваат со дијаметрите на елипсата. Покрај овие точки произволно се одбираат уште четири точки: E'' , F'' , G'' и H'' кои ќе помогнат за попрецизно исцртување на елипсата. Од сите точки ќе замислиме дека излегуваат изводници кои ги пресекува пресечната рамнина T во точките $1''$, $2''$, $3''$, $4''$, $5''$, $6''$, $7''$ и $8''$. Од сите точки се повлекуваат ординати во Π_1 и Π_3 каде што ќе се добие проекција на пресечната елипса. Точките $3'$ и $4'$ се на хоризонталната контура на конусот и во нив се врши промена на видливоста на пресечната елипса.

Видливост: За определување на видливоста на пресечната елипсата во Π_1 , „застануваме над“ телото во рамнината Π_2 со поглед нормален на хоската. Најблиску до нас е точката $1'''$ од елипсата, што значи дека ќе биде видлива. Точките $3'''$ и $4'''$ припаѓаат на елипсата, но бидејќи лежат на оската на конусот, ја претставуваат границата на видливост на елипсата во Π_1 . Точката $2'''$ е најдалеку од нас, што значи дека е невидлива. Оттука произлегува дека конусот во Π_1 е видлив од врвот до точките $3'$, $1'$ и $4'$ кои припаѓаат на пресекот (елипсата).

Задачи за вежбање:

1. Да се определи пресекот на конус со центар на основата $S(4,4,0)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_1 , со $H=9$ см, со рамнината $T(\infty,10,7)$.
2. Да се определи пресекот на конус со центар на основата $S(4,4,0)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_1 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(10, \infty, 7)$.
3. Да се определи пресекот на конус со центар на основата $S(4,0,4)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_2 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(\infty,6,9)$.
4. Да се определи пресекот на конус со центар на основата $S(4,0,4)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_2 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(9,6, \infty)$.
5. Да се определи пресекот на конус со центар на основата $S(0,4,4)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_3 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(6, \infty, 9)$.
6. Да се определи пресекот на конус со центар на основата $S(0,4,4)$ и $r = 3$ см кој лежи во Π_3 , со висина $H = 9$ см, со рамнината $T(6,9, \infty)$.



Конструкција на мрежа на конус

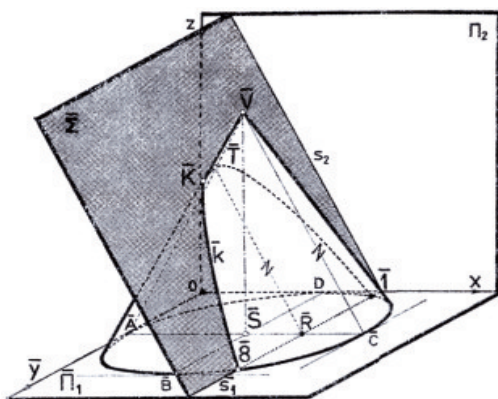
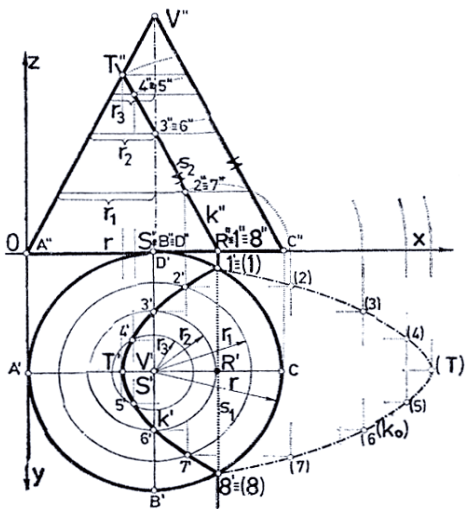
Конструкција на мрежа на конус

Мрежата на конусот ја сочинува обвивката која претставува кружен исечок (сектор) чиј радиус е еднаков на изводницата на конусот (s), а должината на лакот е должината на кружницата на основата ($2r\pi$) и основа на конусот, кружницата со центар S .

Цртањето на мрежата е наједноставно ако конусот се замени со правилна дванаесетстрана пирамида впишана во тој конус. Основата на конусот, кружницата, се дели со помош на шестар на дванаесет еднакви делови со точките: I, II, III, \dots, XII . Ако овие точки се сврзат со врвот V , се добиваат дванаесет изводници (бочни рабови). Кај вака конструираната мрежа на обвивката на замислената пирамида во однос на конусот се јавува мала грешка, поради тоа што на кружниот лак со радиус $s = l/V$ (изводница на конусот), се нанесуваат тетиви од основата на кружницата со радиус r .

Откако ќе се нацрта кружниот лак $I, II, III, \dots, XII, I$, кој по должина е приближно еднаков на $2r\pi$, неговите крајни точки се поврзуваат со врвот V и се добива приближната развиена обвивка на конусот. На дванаесетте изводници се пренесуваат заедничките точки од пресечната елипса. Вистинските должини на овие делови на изводниците се мерат од Π_1 или Π_2 рамнината. Така добиените пресечни точки се соединуваат со криволинијка во развиена пресечна елипса. Потоа, се додава основата на конусот (кружницата S) и вистинската големина на елипсата. Со здебелени полни линии се црта горниот дел од конусот со пресечната елипса.

4° - рамнината T е паралелна со една изводница на конусот.



Пресек на конус со рамнина паралелна со една негова изводница

Направи и размисли

Врз основа на дадениот цртеж на мрежата на конусот, направи модел од картон на:

- целиот конус;
- на делот од конусот под и над пресечната рамнина T , а потоа спој ги двата дела;
- Која е геометриската слика на пресекот кај случаите 1° и 2° ?
- Што претставува пресекот кај случајот 4° ?

1.5. Пресек на геометриски тела со коса рамнина

Во претходните содржини се запознавте со пресеците на тела со рамнини во специјална положба, најчесто нормални на една од проекционите рамнини или паралелна со една од нив. Од дадените примери и практиката пресечните рамнини најчесто се јавуваат во специјална положба во однос на проекционите рамнини. Но, понекогаш во практиката се јавува потреба од определување на пресек на тело со општа или коса (наведната) рамнина.

Кога телото се сече со коса рамнина, ни една проекција на пресекот не е позната како дел од една од трагите на пресечната рамнина, туку треба да се определи со однапред дефинирана постапка.

Пресекот се добива преку дефинирање на прободните точки на рабовите на рабестите тела или на изводниците на валчестите тела со пресечната рамнина. За таа цел, се употребуваат помошни проектирачки рамнини кои се поставуваат низ рабовите или изводниците. Тие ја сечат пресечната рамнина во пресечни прави.

Пресечните прави ги пресекуваат рабовите (изводниците) во прободни точки, кои кога ќе се поврзат се добива пресечната фигура во една проекција. Другите проекции на пресекот се добиваат со повлекување на ординали низ тие точки, а со помош на нивната припадност на пресечната рамнина и на даденото тело.

Ако се разгледаат правата призма и цилиндарот кои со една од основите лежат во една од проекционите рамнини, постапката за добивање на пресекот е ист. Пресечната фигура, која секогаш се добива во пресек со косата рамнина во една од проекциите, се совпаѓа со една од привидните контури на даденото тело. Другата проекција на пресечната фигура ќе се определи со употреба на главни прави (хоризонтали или фронтали) на пресечната рамнина.

Пресекот на пирамида или конус со коса рамнина се добива со помош на воведување на странична проекциона рамнина P_4 . Таа рамнина се поставува да е нормална на косата рамнина и на една од проекционите рамнини. Со тоа се овозможува, косата рамнина да се доведе во положба на проектирачка рамнина. Тогаш, во страничната проекција, пресечната фигура се проектира во отсечка како дел од страничната трага на пресечната рамнина.

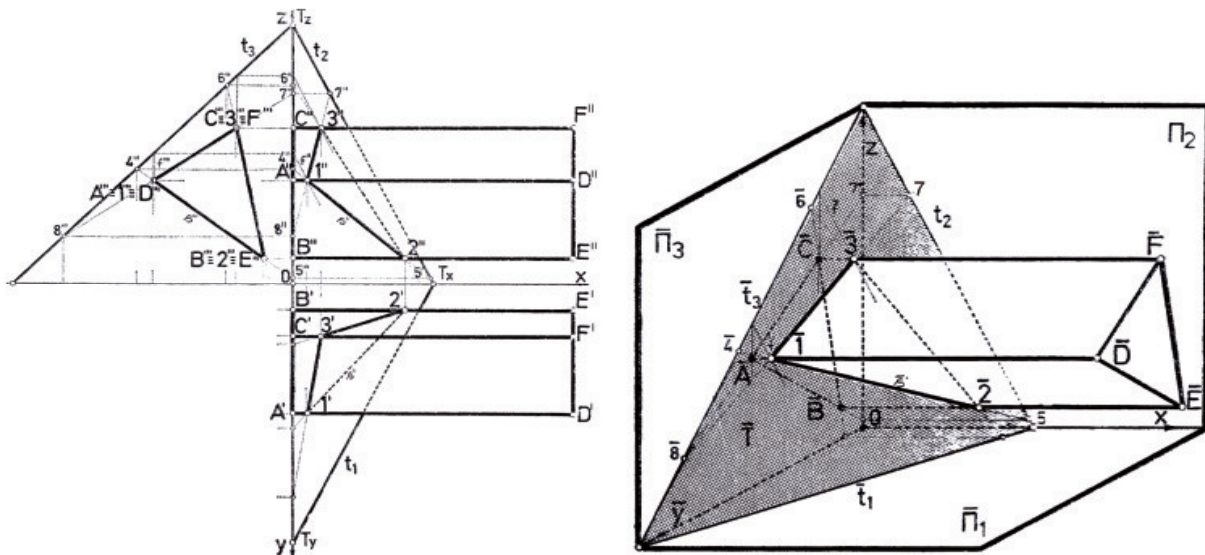
1.5.1. Пресек на права призма со коса рамнина

Задача: Зададена е права проектирања призма која лежи во рамнината Π_3 и косата рамнина $T(t_1, t_2, t_3)$ која ѝ сече сите нејзини бочни рабови, како што се гледа на сликата. Треба да се најде нивниот пресечен полигон.

Решение: Во рамнината Π_3 непосредно се добива пресечниот триаголник 1 2 3, чија проекција се совпаѓа со проекцијата на тристраната призма во рамнината Π_3 , каде што темињата се: $1''' \equiv A''' \equiv D'''$, $2''' \equiv B''' \equiv E'''$ и $3''' \equiv C''' \equiv F'''$. Тие точки се прободни точки на рабовите на призмата со рамнината T . Поради тоа, со помош на фронталните прави се наоѓаат нивните фронтални проекции, $1''$, $2''$ и $3''$. Од овие точки се повлекуваат ординали до пресек со хоризонталните проекции на соодветните бочни рабови и се добиваат точките: $1'$, $2'$ и $3'$.

Видливост: Се усвојува пресечната рамнина T да е просирна.

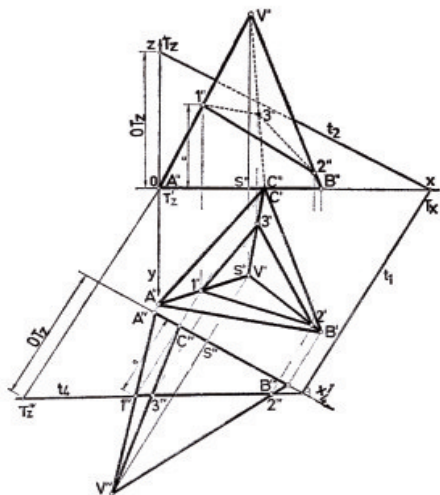
Објасни ја видливоста на страните на пресечниот триаголник во рамнината Π_1 и Π_2 !



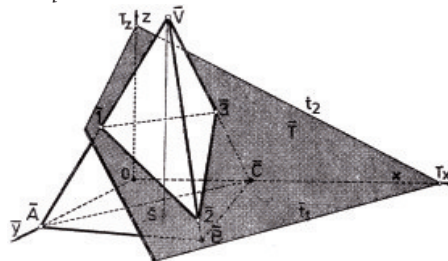
Пресек на права проектирања призма со коса рамнина

1.5.2. Пресек на пирамида со коса рамнина

Задача: Зададена е правилна тристрана пирамида со основа на Π_1 и рамнината $T(t_1, t_2)$, како што може да се види од сликата. Да се определат пресечниот триаголник.



Пресек на правилна тристрана пирамида со оштя (коса) рамнина



Решение: Косата рамнина T треба да се доведе во проектирачка положба. За таа цел, се воведува странична проекциона рамнина $\Pi_4 \perp T$, која е нормална на една од проекционите рамнини⁵, Π_1 . Се зема $\Pi_4 \perp \Pi_1$, бидејќи основата на пирамидата се наоѓа на Π_1 . Се поставува новата оска x^1_4 да биде нормална на t_1 . За поставување на трагата од страничната рамнина T , t_4 , потребни се две точки: едната е пресечната точка на t_1 со x^1_4 , а другата е произволна која се наоѓа на трагата t_2 , во овој случај тоа е точката T_z . Добиената отсечка OT_z во Π_2 се пренесува на нормалата на оската x^1_4 и се добива точката T^{IV}_z со која се исцртува трагот t_4 . Положбата на траговите t_4 и t_1 во однос на новата оска x^1_4 , ја определуваат рамнината T како проектирачка рамнина. Потоа се црта страничната проекција на пирамидата. Во пресекот на трагот t_4 со рабовите на пирамидата се добиваат прободните точки на рабовите низ рамнината T : 1^{IV} , 2^{IV} и 3^{IV} . Низ овие точки се повлекуваат ординали кон x^1_4 оската и во пресек со соодветните рабови во Π_1 , се определува хоризонталната проекција на пресекот.

Кога ќе се спојат така добиените точки се добива првата проекција на пресечниот триаголник: $1' 2' 3'$. Од овие точки се издигнуваат ординали кон x -оската и во пресек со соодветните рабови во Π_2 се добиваат точките $1'' 2'' 3''$, темиња на пресечниот триаголник во фронтална проекција.

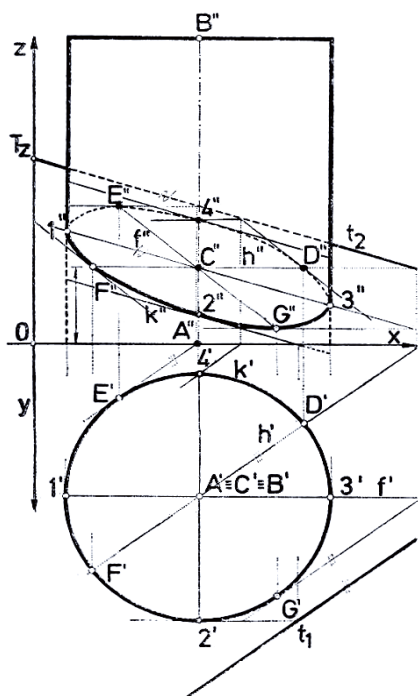
Видливост: Се усвојува дека рамнината T е прозирна.

Објасни ја видливоста на пирамидата и страните на пресечниот триаголник во хоризонталната и во фронталната проекција!

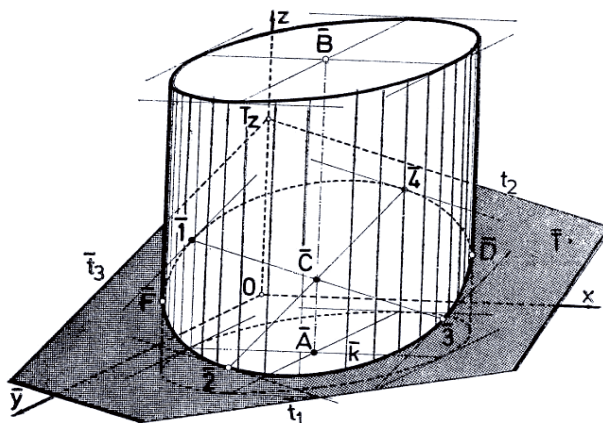
⁵ Види ја темата Трансформација – странична проекција, од I година

1.5.2. Пресек на цилиндер со коса рамнина

Задача: На цртежиште е прикажан цилиндар кој со зададената долна основа лежи во рамнината Π_1 и рамнината $T(t_1, t_2)$ која ги сече сите негови изводници. Да се конструираат проекциите на пресечната крива.



Пресек на цилиндар со ошата (коса) рамнина



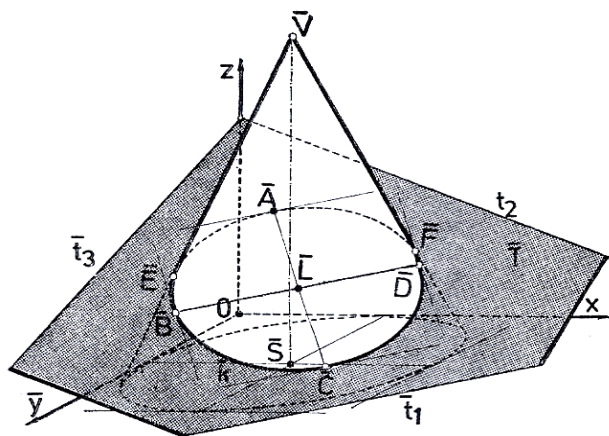
Решение: Задачата се решава на сличен начин како и призмата (види стр.18). Пресечната крива е елипсата k , чија хоризонтална проекција се совпаѓа со првата проекција на цилиндерот. Оттука произлегува дека центарот C на елипсата се совпаѓа со центрите на основите на цилиндарот: $A' \equiv C' \equiv B'$. На k' се избира дијаметарот $1' 3' \parallel x$ -оската, така што тој дијаметар ќе биде сврзница на контурните точки $1''$ и $3''$ од елипсата во Π_2 , а другиот $2' 4' \perp x$ -оската. Потоа се добиваат точките $1''$, $2''$, $3''$ и $4''$ како точки кои лежат на рамнината T , преку фронтални или други прави на дадената рамнина. Потоа се конструира елипсата k на еден од познатите начини.

Видливост: Ако пресечната рамнина T е непрозрачна, определи ја видливоста на цилиндарот.

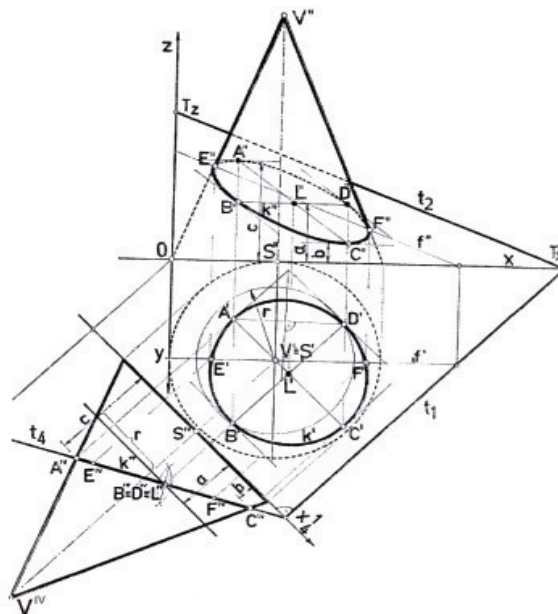
Нацртај ја профилната проекција на цилиндарот и на пресечната елипса и определи ја видливоста! Размисли и објасни зошто е невидлив делот $3'' 4'' 1''$ од елипсата!

1.5.2. Пресек на конус со коса рамнина

Задача: Зададен е конус со оска $SV \perp \Pi_1$ чија основа лежи во Π_1 и рамнината $T(t_1, t_2)$. Таа е косо спрема неговата оска и ѝи сече сите изводници, што се гледа на приложениите цртежи. Да се определи пресечната крива во проекции.



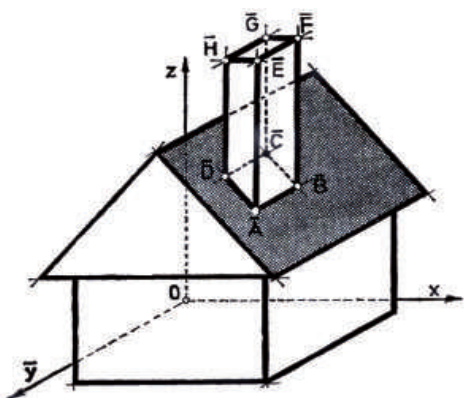
Пресек на конус со ошша (коса) рамнина



Решение: Се црта странична проекција на конусот на рамнината $\Pi_4 \perp T$. На трагата t_4 е проектирана пресечната елипса k во отсечката $A^{IV}C^{IV} = k^{IV}$. На неа се определува заемно нормален пар дијаметри $A^{IV}C^{IV}$ и $B^{IV}D^{IV}$ со центар L^{IV} . Од тука со помош на ординали до проекциите на соодветните изводници се определуваат нивните хоризонтални проекции A', B', C', D', E' и F' , а потоа и фронталните A'', B'', C'', D'', E'' и F'' . Во Π_1 $A'C'$ и $B'D'$ претставуваат оски на елипсата k' , додека во Π_2 се јавуваат како конјугирани дијаметри на елипсата k'' . Во рамнината Π_2 се определуваат контурните точки E'' и F'' со чија помош се определува видливоста на пресечната крива.

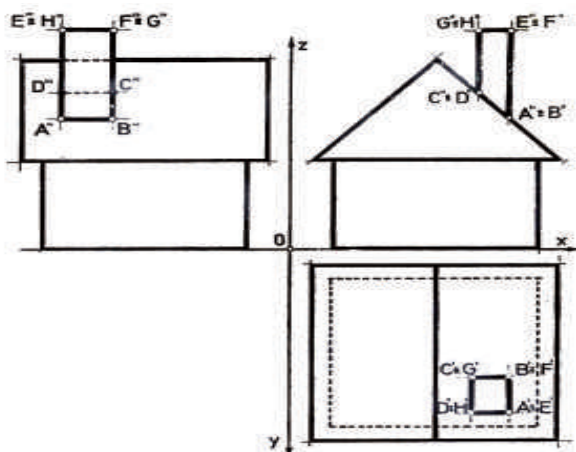
Определи ја видливоста на конусот и пресечната елипса ако рамнината T е непросирна!

ПРИМЕНА НА ПРЕСЦИТЕ ВО ГРАДЕЖНИШТВОТО

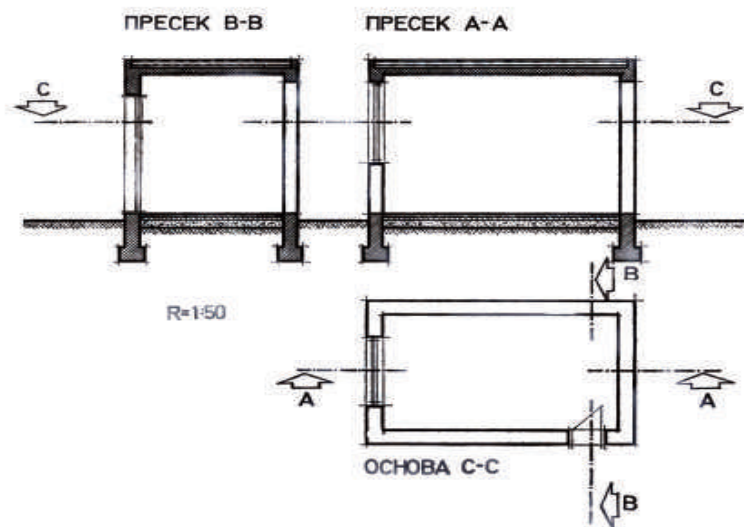


сл. 6

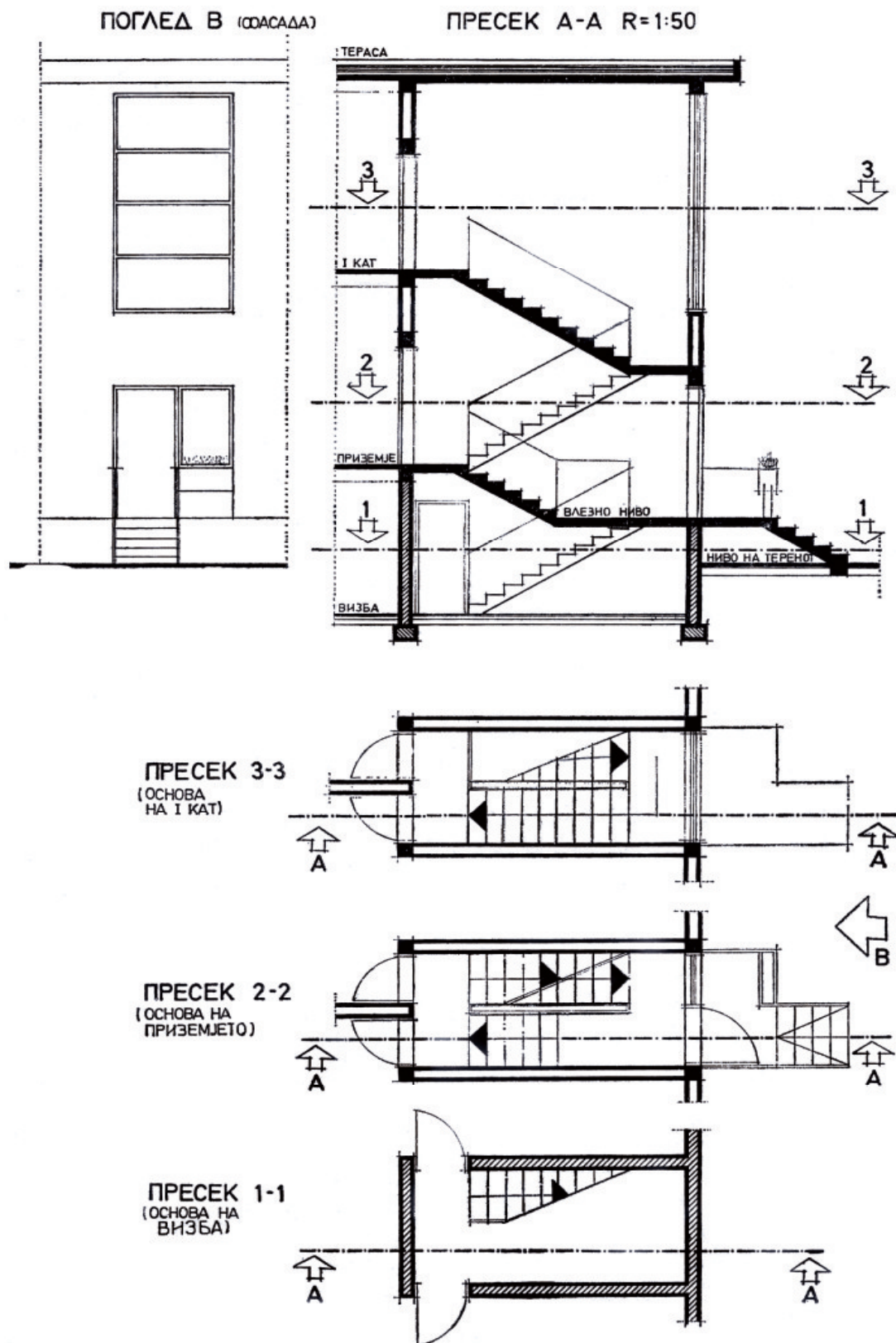
При цртањето планови, во техниката најчесто се користат рамнински пресеци. Пресечните рамнини се хоризонтални и вертикални. Тие се употребуваат на оние места каде што објектот има најмногу отвори. Така, основата на еден објект претставува хоризонтален пресек низ објектот на соодветно одбрана висина. На тој пресек (основа на објектот) се цртаат во изглед и деловите на објектот што се наоѓаат под пресечната рамнина. Покрај основите, се цртаат и пресеци на објектот кои претставуваат изглед на објектот пресечен со вертикални рамнини поставени на соодветно место. Со вертикалните пресеци како и со деталите што се цртаат, се дообјаснува замислениот објект, скалите, прозорците и друго (сл. 6, 7, 8).



сл. 7



сл. 8



Пресеци и основа на скали на станбен објект - сл.9

 **ЗАПОМНИ**

- ✓ Проектирачка рамнина е рамнината која е нормална на рамнините Π_1 , Π_2 и Π_3 .
- ✓ При пресек на рабести тела со проектирачки рамнини пресечната фигура е пресечен многуаголник (полигон).
- ✓ При пресек на валчести тела со проектирачки рамнини пресечната фигура е пресечна крива.
- ✓ При пресекот на тела со проектирачка рамнина, едната проекција на пресекот е определена (позната) како дел од трагите на рамнината.
- ✓ Положбата на проектирачката рамнина во однос на призмата може да биде:
 - паралелна со рабовите на призмата и
 - под агол со рабовите на призмата.
- ✓ Ако проектирачката рамнина е паралелна со рабовите на призмата, пресекот е правоаголник на кој едната страна му е еднаква на висината на призмата.
- ✓ Положбата на проектирачката рамнина во однос на пирамидата може да биде:
 - паралелна со основата на пирамидата;
 - да поминува низ врвот на пирамидата;
 - да ги сече сите рабови на пирамидата.
- ✓ Положбата на проектирачката рамнина во однос на цилиндарот може да биде:
 - паралелна со изводниците на цилиндарот;
 - паралелна со основите на цилиндарот;
 - да ги сече под агол сите изводници на цилиндарот.
- ✓ Изводници се замислени отсечки кои лежат на обвивката на валчестите тела и ги поврзуваат точките од основите (кај цилиндарот) или точките од основата и врвот (кај конусот).
- ✓ Положбата на проектирачката рамнина во однос на конусот може да биде:
 - паралелна со основата на конусот;
 - да поминува низ врвот на конусот;
 - да ги сече под агол сите изводници на конусот.
- ✓ Примена на пресеците во градежништвото има кога се цртаат основите и пресеците на објектите.
- ✓ При пресекот на тела со коса рамнина, ниедна проекција на пресекот не е определена (позната) како дел од трагите на рамнината.
- ✓ Определувањето на пресекот на телата со коса рамнина се прави со употреба на помошни проектирачки рамнини поставени низ рабовите (изводниците) на телата.

Прашања за проверка на знаењето:

1. Која рамнина е проектирачка рамнина?
2. Каков е обликот на пресечната фигура при пресекот на рабестите тела со проектирачка рамнина?
3. Каков е обликот на пресечната фигура при пресекот на валчести тела со проектирачка рамнина?
4. Каков е видот на пресекот на призмата со рамнина која е паралелна со рабовите?
5. Каков е видот на пресекот на призма со рамнина која е под агол со нејзините рабови?
6. Каков е пресечниот полигон на пирамидата со рамнина која е паралелна со нејзината основа?
7. Каков е пресечниот полигон на пирамидата со рамнина која поминува низ нејзиниот врв?
8. Каков е пресечниот полигон на пирамидата со рамнина која ги сече сите нејзини рабови?
9. Каков е пресекот на цилиндар со рамнина која е паралелна со неговите изводници?
10. Каков е пресекот на цилиндар со рамнина која е паралелна со неговите основи?
11. Каков е пресекот на цилиндар со рамнина која ги сече под агол сите негови изводници?
12. Каков е пресекот на конус со рамнина која поминува низ неговиот врв?
13. Каков е пресекот на конус со рамнина која ги сече под агол сите негови изводници?
14. Каков е пресекот на конус со рамнина која е паралелна со неговата основа?
15. Како се определува пресекот на телата со коса рамнина?

Тематска целина
2. ПОКРИВИ

**Во оваа тематска целина, ученикот
може да се запознае со:**

- **основните елементи на покривите;**
- **решавањето на пресеците на покривните рамнини кај: едноводен, двоводен, четириводен и сложен покрив и**
- **изработувањето модели на покриви.**

ТЕМАТСКА ЦЕЛИНА

2. Покриви

2. 1. Елементи и видови покриви

2. 2. Решавање на четириводни покриви

2. 3. Решавање на сложени покриви

2. ПОКРИВИ

Завршното надворешно обликување на објектот го сочинуваат сите видови покривни површини кои го сочинуваат покривот на објектот.

Покривој претставува завршна конструкција на објектот која служи да го заштити од надворешните влијанија.

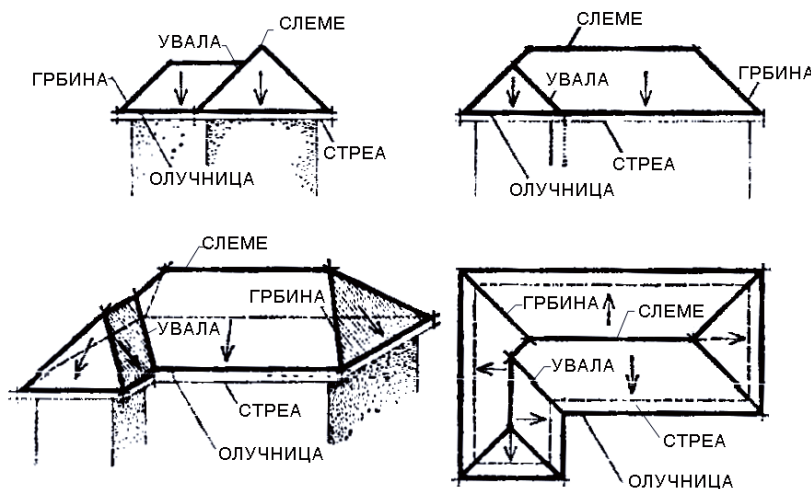
Тој е составен од повеќе покривни рамнини кои се поставени под одреден наклон (агол) со цел да се обезбеди брзо одведување на атмосферските води.

Наклонот на покривните рамнини зависи од:

- материјалот што се употребува за покривање на покривот;
- видот и количеството врнежи и
- ветровите на определено место.

2.1. ЕЛЕМЕНТИ И ВИДОВИ ПОКРИВИ

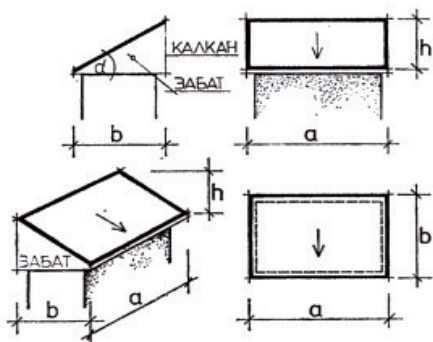
Покривната конструкција се развива над зададена основа на покривот, земајќи дека ѕидовите од објектот се на иста висина, а покривните рамнини имаат ист наклон. Пред да се пристапи кон проучување на основните принципи за решавање на покривите, потребно е да се запознаат неговите елементи. На сл. 10 е даден покрив со назначени основни делови во три проекции и во просторен изглед.



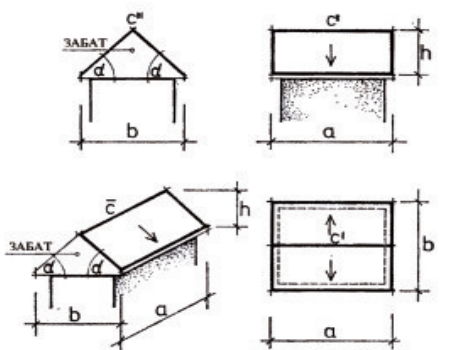
сл. 10

Основни елементи на покривот се:

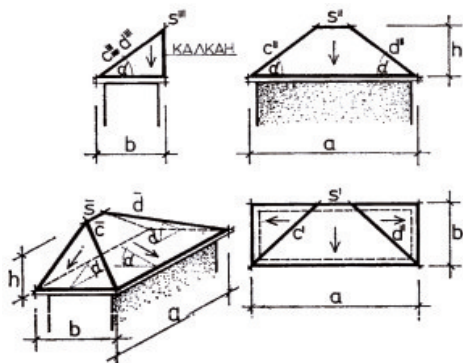
- *Слеме* е највисокиот хоризонтален раб кој претставува пресек на две покривни рамнини и е паралелен со олучниците или со завршетокот на покривот.



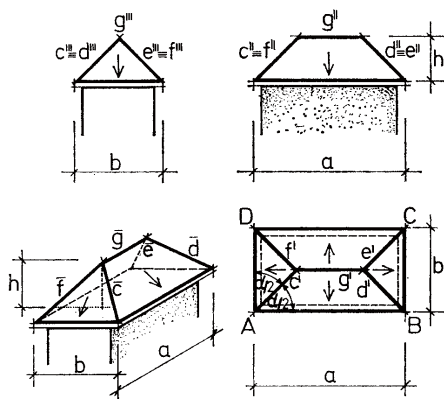
сл. 11



сл. 12



сл. 13



сл. 14

▪ **Олчаница** е најнискиот хоризонтален раб на покривната рамнина. Уште се нарекува и **окапница**.

▪ **Сѝреа** е долната површина издадена надвор од покривната основа.

▪ **Грбина** е раб кој претставува пресек на две покривни рамнини кога окапниците затвораат агол помал од 180° ; таа ја дели водата во две насоки.

▪ **Увала** е раб кој претставува пресек на две покривни рамнини кога окапниците затвораат агол поголем од 180° ; во неа се собира водата од две соседни покривни рамнини.

▪ **Калкан** и **забай** се вертикални ѕидни покривни завршетоци.

Според бројот на покривни рамнини или наклони, покривите се делат на:

▪ **Едноводни покриви** - составени се од една покривна рамнина, калкан и забат (сл. 11).

▪ **Двоводни покриви** - составени се од две покривни рамнини и два забата (сл. 12).

▪ **Триводни покриви** - составени се од три покривни рамнини и калкан (сл. 13).

▪ **Четиводни покриви** - составени се од четири покривни рамнини (сл. 14).

▪ **Сложени покриви** - составени се од повеќе покривни рамнини.

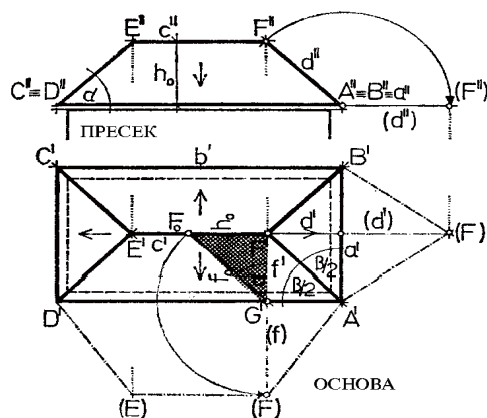
α - наклонет агол на покривната рамнина
 a - должина; b - ширина; h - висина на покривот

Покривната рамнина или наклонот е коса површина од покривот по која истекува водата. Оттука доаѓа називот на видовите покриви според бројот на покривни рамнини или правци во кои може да истекува водата. Во цртежите на основи на покривите наклоните се обележуваат со стрелки во правецот на истекувањето на водата од покривната рамнина.

2. 2. РЕШАВАЊЕ НА ЧЕТИРИВОДНИ ПОКРИВИ

Конструкцијата на решението на покривните рамнини би требало да обезбеди едноставна изведба на покривот.

Покривот е определен со својата основа, која ја ограничуваат окапниците како хоризонтални траги на бараните покривни рамнини. Решавањето на покривите, подразбира, во основа да се определат пресеците на покривните рамнини, односно да се определат положбите на слемето или слемината (кај сложените покриви), увалите и грбините.



сл. 15

Задача 1. Зададена е правоаголна основа $ABCD$ и наклонетиот агол $\alpha = 45^\circ$ на покривните рамнини (сл. 15). Да се определи пресециште на покривните рамнини во основа и висинските големина на покривните рамнини.

Решение: Бидејќи покривните рамнини имаат ист наклон, грбините кои треба да се предвидат во точките $A, B, C,$ и D се под агол од 45° . Добиените грбини се еднакви меѓу себе и претставуваат пресек на соседни покривни рамнини. Ако ги поврземе точките E и F ќе го добиеме слемето на покривот кое претставува пресек на две несоседни покривни рамнини и е паралелно на окапниците AD и CB .

Вистинските големина на покривните рамнини се определуваат со соборување во хоризонталната проекција. Тука се јавуваат две форми на покривните рамнини: рамнокрак триаголник и рамнокрак трапез.

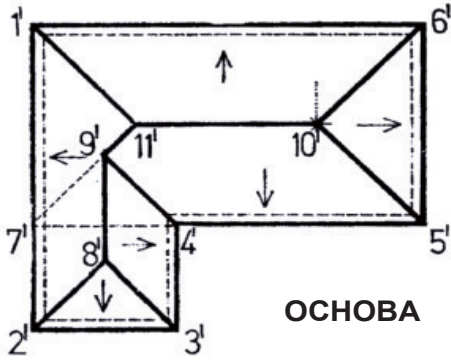
Вистинската големина на покривната рамнина $ADEF$ ќе се добие така што прво се повлекува нормала од точката F кон окапницата AD и се добива точката G (сл. 16). Од точката G се повлекува отсечка под агол од 45° и се добива точката F_0 . Со шестар, отсечката GF_0 се пренесува на нормалата во точката G и се добива точката (F) . Вистинската големина на покривната површина е трапезот $A(F)(E)D$.

Вистинската големина на покривната површина ABF се добива така што се повлекува нормала од точката F на страната AB . Од добиената точка, на истата нормала се пренесува растојанието на грбината AF и се добива точката (F) . Таа точка се поврзува со точките A и B и тоа е рамнокракиот триаголник, вистинската големина на покривната површина ABF .

Во градежништвото, определувањето на вистинските големина на покривните рамнини се применува за точно пресметување на бројот на покривните елементи (керамиди, салонит и сл.) и бројот и големината на гредите, односно штиците.

2.3. РЕШАВАЊЕ НА СЛОЖЕНИ ПОКРИВИ

Под сложени покриви ги подразбираме оние кои се развиваат на основа која е посложен полигон (многоаголник). Кај овој вид покриви основата може да се расчленува на основни фигури, кои потоа се решаваат како едноставни геометриски форми. Кај вакви покриви, покрај грбини, се јавуваат и ували.

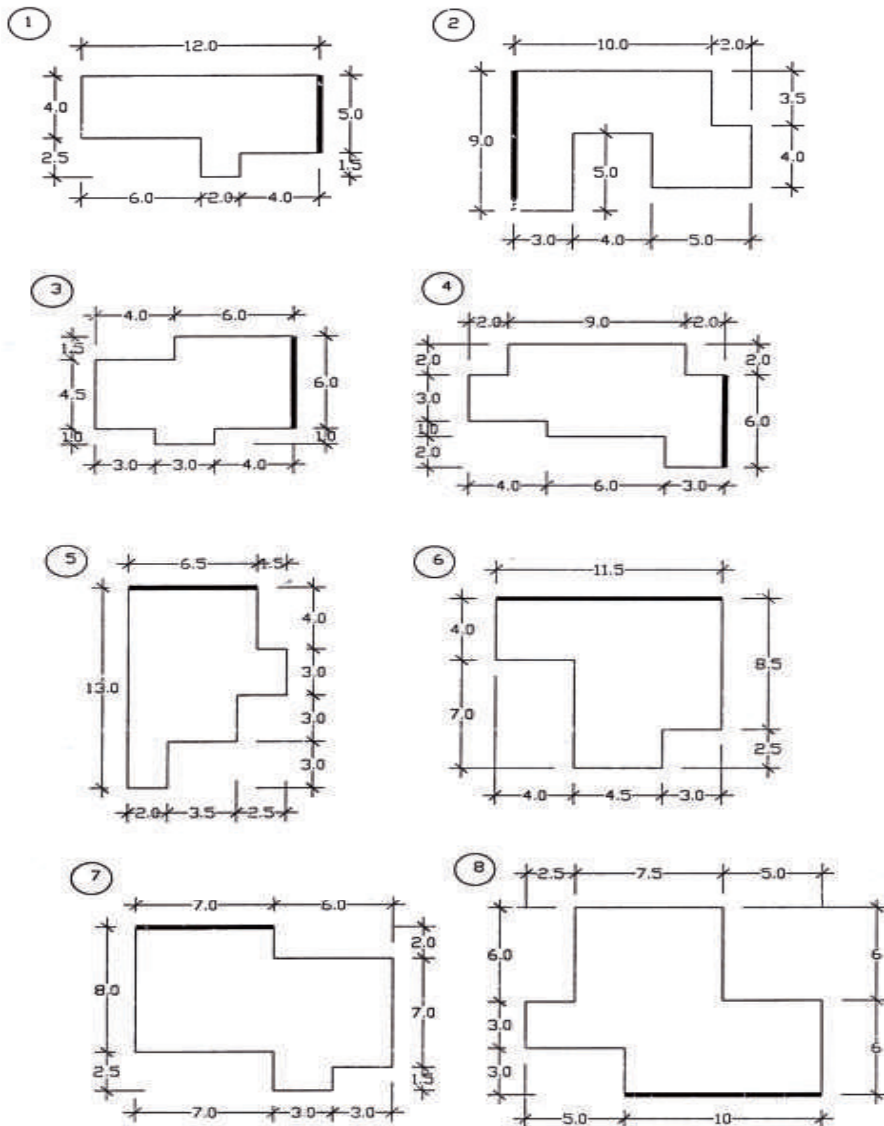


сл. 16

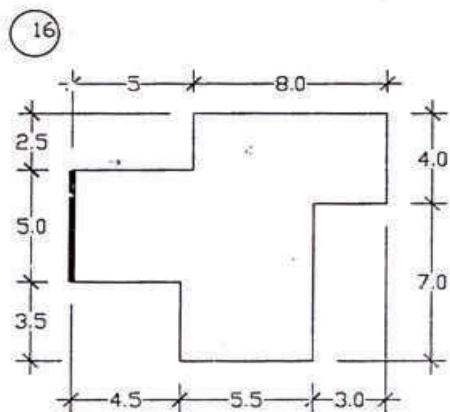
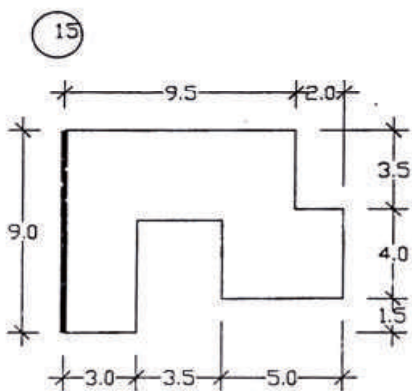
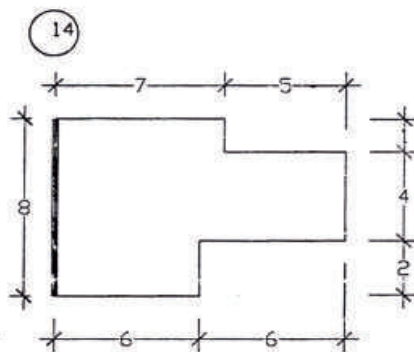
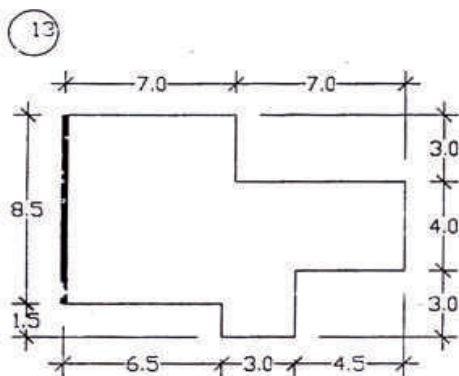
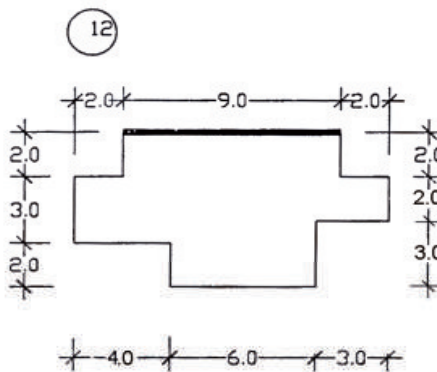
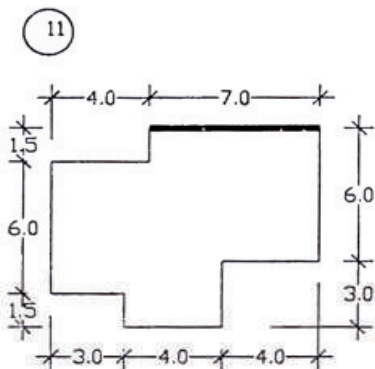
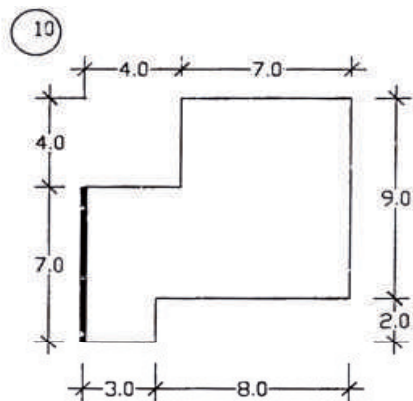
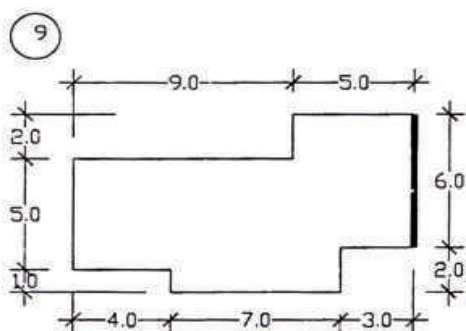
Задача 1. Зададен е сложен ѝолиџон (сл. 16) како основа на ѝокривој. Да се консируира решението во основа.

Конструкцијата (решавањето на покривот) се сведува на барањето пресек на покривните рамнини, односно симетралаи на аглиите $1'2'3'4'5'6'$. Ако аголот меѓу две соседни окапници е 90° , тогаш симетралата на аголот е грбина, а ако аголот е 270° тогаш симетралата е увала. На цртежот на сл. 16 е покажано како е решен овој покрив.

Во продолжение, се дадени задачи за вежбање сложени покриви (сл. 17). Здебелената линија на основата на покривот ја означува покривната рамнина на која треба да се најде вистинската големина.



сл.17



сл.17

 **ЗАПОМНИ**

- ✓ Покривот е завршна конструкција на објектот која служи да го заштити од надворешните влијанија.
- ✓ Покривот е составен од покривни површини кои се поставени под одреден агол со основата на покривот.
- ✓ Покривните површини се под одреден наклон за истекување на водата од покривот.
- ✓ Наклонот на покривните површини зависи од:
 - материјалот за покривање на покривот;
 - видот и количеството врнежи;
 - ветровите.
- ✓ Слеме е највисокиот хоризонтален раб кој е пресек на две соседни покривни рамнини.
- ✓ Слемето е раб кој е паралелен со олучницата.
- ✓ Олучницата (окапницата) е најнискиот раб на покривот.
- ✓ Стреа е долната површина излезна надвор од покривната основа.
- ✓ Грбина е раб кој е пресек на две соседни покривни површини кога окапниците затвораат агол помал од 180° .
- ✓ Грбината ја дели (насочува) водата во два правци.
- ✓ Увала е раб кој е пресек на две соседни покривни површини кога окапниците затвораат агол поголем од 180° .
- ✓ Калкан и забат се вертикални ѕидни покривни завршетоци.
- ✓ Според бројот на покривни површини или наклони, покривите се делат на:
 - едноводни покриви;
 - двоводни покриви;
 - триводни покриви;
 - четириводни покриви;
 - сложени покриви.

Прашања за проверка на знаењето:

1. Што е покрив?
2. Наброј ги елементите на покривот.
3. Кој покрив е двоводен?
4. Што е увала?
5. Од што зависи наклонот на покривните површини?
6. Кои покриви се сложени?
7. Што е слеме?
8. Што е калкан и забат?
9. Како се поставени покривните површини и зошто?
10. Што е грбина?
11. Што е покривна површина?

Тематска целина
3. КОНСТРУКЦИЈА НА СЕНКИ

**Во оваа тематска целина, ученикот
може да се запознае со:**

- **видовите светла и поимот за сенка;**
- **елементите на осветлените тела;**
- **определувањето на сенката на: точка, отсечка, геометриска слика и геометриски тела;**
- **практична примена на сенките.**

ТЕМАТСКА ЦЕЛИНА

3. Конструкција на сенки

- 3. 1. Вовед, видови светла*
- 3. 2. Елементи кај осветлението тела*
- 3. 3. Сенка на точка*
- 3. 4. Сенка на отсечка*
- 3. 5. Сенка на отсечка во специјална положба*
- 3. 6. Сенка на геометриска слика*
- 3. 7. Соодветна и фрлена сенка на геометриски тела*

3. КОНСТРУКЦИЈА НА СЕНКИ

3.1. Вовед, видови светла

Ортогоналните проекции на објектот, кој е во посебна положба во однос на проекционите рамнини, имаат недостаток зашто недоволно го претставуваат нацртаниот објект. За да се добие поголема нагледност, ќе замислиме дека објектот е осветлен. Покрај проекциите, на објектот ќе ги конструираме неговите осветлени и неосветлени делови, потоа сенките што ги фрла на проекционите рамнини или на околните објекти. На тој начин се создава потполна просторна претстава за формата на прикажаниот објект.

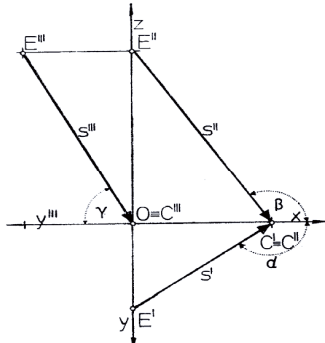
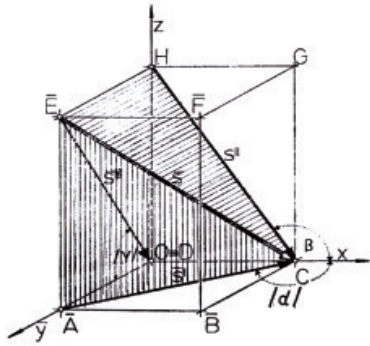
Во архитектонското проектирање, условните светлосни зраци на проектот создаваат светли и осенчени површини, со што се постигнува пластичност на објектот. На цртежот (сл.18), е даден пример од архитектонската практика, на дел од фасада кога таа е и кога не е осенчена. Разликата е очигледна. На делот каде што се употребени сенките, на едноставен начин е постигнато потребното истакнување, потенцирани се вдлабнатите односно испакнатите делови од објектот.



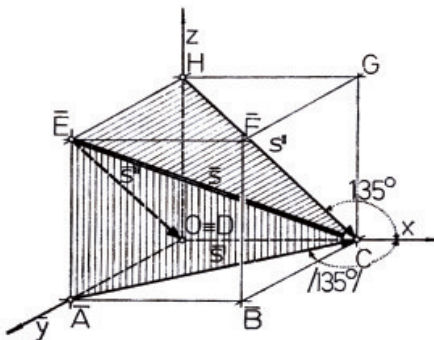
сл. 18

Во нацртната геометрија, како извор на светлосните зраци се зема *свешлоснаија тточка*. Во зависност од поставеноста на светлосната точка во однос на објектот, се разликуваат два вида светло:

1. *Централно свешло* – кога светлосниот извор се наоѓа во непосредна близина на објектот (свеќа, електрична светилка), т.е. точковен извор на светлина кој се наоѓа во конечност.
2. *Паралелно свешло* – кога светлосниот извор се наоѓа на големо растојание од објектот (Сонце, Месечина), т.е. во бесконечност. Поради тоа, светлосните зраци меѓу себе се паралелни.



сл. 19



сл. 20

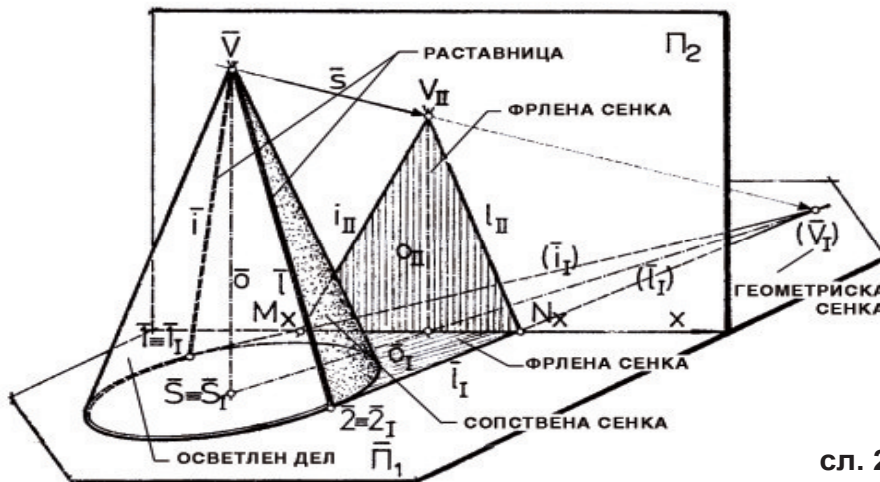
Во техниката, скоро исклучително се употребува паралелното свейло и поради тоа понатаму ќе се изучува само тој вид светло.

На црежот (сл. 19) нагледно е прикажан светлосен зрак s кој е паралелен на телесната дијагонала на коцка. Проектиите s' и s'' на светлосниот зрак s се јавуваат како странични дијагонали на коцката кои со x -оската го зафаќаат аголот $\alpha=30^\circ$, односно 150° , со рамнината Π_1 , и аголот $\beta=45^\circ$ во рамнината Π_2 , односно 135° . Кога аголот $\alpha=\beta=45^\circ$ (135°), овој вид светло се нарекува дијагонално или техничко свейло (сл.20).

На цртежот (сл. 21) е прикажан ротационен конус со основа во Π_1 . Потребно е да се определат сенките на телото на Π_1 и Π_2 . За таа цел, најнапред ќе замислиме дека рамнината Π_2 не постои и ќе ја најдеме сенката на врвот V на конусот на Π_1 . Сенката на врвот (V_I) е геометричка сенка и претставува пробод на светлосниот зрак s низ Π_1 .

Од точката (V_I) ќе повлечеме тангенти кон основата на конусот со што ќе ја определеме фрлената сенка на конусот на рамнината Π_1 . Точките каде што тангентите ја допираат кружницата се 2_I и 1_I , а пресекот на тангентите со x -оската се точките N_x и M_x .

Ќе замислиме дека рамнината Π_2 постои и на неа треба да ја дефинираме сенката на конусот. Центарот на кружницата S ќе го поврземе со (V_I). Од пресечната точка со x -оската ќе повлечеме нормала до пресек со зракот s . Се добива сенката на врвот V_{II} на рамнината Π_2 која ќе ја поврземе со точките N_x и M_x . На тој начин ја дефинираме сенката на конусот на рамнината Π_1 и Π_2 . Делот од сенката на рамнината Π_1 зад рамнината Π_2 служи како помош за дефинирање на сенката на рамнината Π_2 .



сл. 21

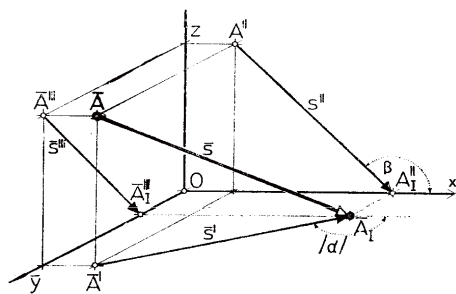
3.2. Елементи кај осветлените тела

Со дефинирањето на сенката на конусот може да се согледаат и основните елементи кај осветлените тела, а тие се:

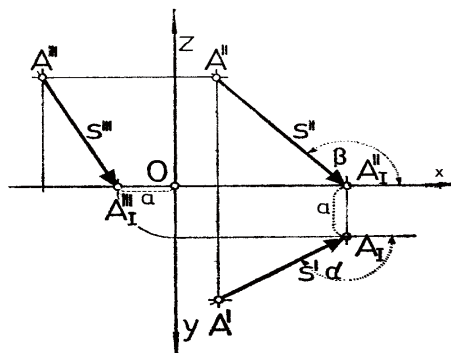
- **осветлен дел на телото** – површина на телото врз која се задржале светлосните зраци и е свртена кон изворот на светлината;
- **неосветлен, шемени дел на телото** – дел од телото до кој не може да пробие светлината, т.н. *соисивена сенка*. Неа ја обележуваме со точки.
- **расивница** – граница која го раздвојува осветлениот од неосветлениот дел од телото. На цртежот (сл. 21) со конусот тоа се отсечките $\overline{2_1V}$ и $\overline{1_1V}$. Се означува со двојна полна или двојна испрекината линија.
- **висивнска (реална) сенка** – или тоа е фрлената сенка на дадениот конус на рамнината Π_1 и Π_2 . Се означува со шрафирање.
- **геометриска сенка** – тоа е фрлена сенка која, всушност, не постои и се наоѓа на Π_1 зад рамнината Π_2 , односно зад x -оската. Во дадениот пример (V_I) е геометриска сенка која овозможува да се конструира вистинската сенка на конусот.

Висивнска сенка на точка е ирободна точка на светлосниот зрак низ една од проекционите рамнини која е иоблиску до дадената точка.

На цртежот (сл. 21) V_{II} е поблизу до V отколку (V_I). Сенката на Π_1 ја обележуваме покрај со оригиналниот индекс и со римско еден (I), а на Π_2 со римско два (II). Вистинската сенка се обележува со V_I , а геометриската сенка ја обележуваме со мала заграда (V_I).



сл.22



сл. 23

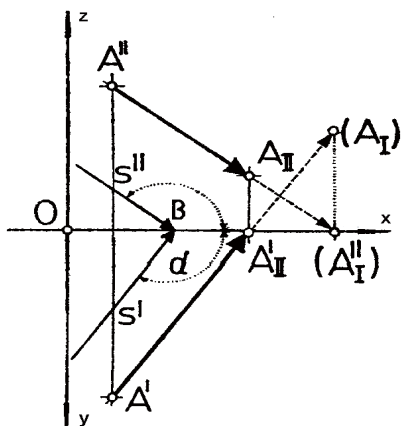
3.3. Сенка на точка

Сенка на точка врз која било површина е иробод на светлосниот зрак иовлечен низ дадената точка со иаа површина.

Сенка на точка врз Π_1 или врз Π_2

Задача 1. Во ипросиорен изглед и во ортоионална ироекција да се најде сенката на точката $A(1,4,3)$, ако светлосниот зрак s ии зафака аглии $\alpha=30^\circ$, а $\beta=45^\circ$.

На цртежот (сл. 22) е даден просторниот приказ, а на цртежот (сл. 23) е даден ортогоналниот приказ на решението на задачата.



сл. 24

Решение: Низ проекциите на точката A , A' и A'' се повлекуваат светлосни зраци под дадените агли: низ A' зракот s' е под агол од 30° , а низ A'' зракот s'' е под агол од 45° . Бараме кој светлосен зрак (s' или s'') прв ќе ја пресече x -оската, гледајќи од лево кон десно. Во овој случај тоа е зракот s'' . Од таа точка нормално на x -оската повлекуваме ордината до пресек со зракот s' . Оваа точка е пробојната точка на зракот низ рамнината Π_1 или вистинска сенка на точката A , A_I .

Задача 2. Во ортогонална проекција да се најде сенката на точката $A(1;5;4)$, ако светлосниот зрак s ги зафаќа аглиите $\alpha=60^\circ$, а $\beta=45^\circ$.

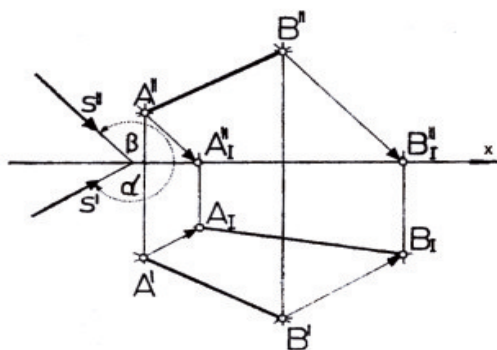
На цртежот (сл.24) е даден ортогоналниот приказ на решението на задачата.

Решение: Низ проекциите на точката A , A' и A'' се повлекуваат светлосни зраци под дадените агли. Низ A' зракот s' е под агол од 60° , а низ A'' зракот s'' е под агол од 45° . Бараме кој светлосен зрак (s' или s'') прв ќе ја пресече x -оската. Во овој случај тоа е зракот s' . Од таа точка, нормално на x -оската повлекуваме ордината до пресек со зракот s'' . Оваа точка е пробојната точка на зракот низ рамнината Π_2 или вистинска сенка на точката A , A_{II} . На овој цртеж, е дадена и конструкцијата на геометриската сенка на точката A , (A_{II}) и (A_I) .

Сенка на точка е точка.

3.4. Сенка на отсечка

Сенка на отсечка е отсечка или точка.



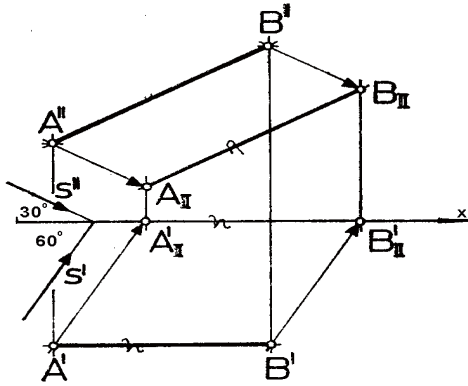
сл. 25

Постапката се состои од определување на сенки на двете крајни точки на отсечката на ист начин како што се определува сенка на точка.

Задача 1. Да се определи сенката на отсечката $AB[A(0,5;2;1)B(4,5;3;2)]$ ако $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.

Решение: Прво се определуваат сенките на крајните точки на отсечката, A_I и B_I (сл. 25). Сврзницата на тие точки ја определува сенката на отсечката AB на рамнината Π_1 .

3.5. Сенка на отсечка во специјална положба

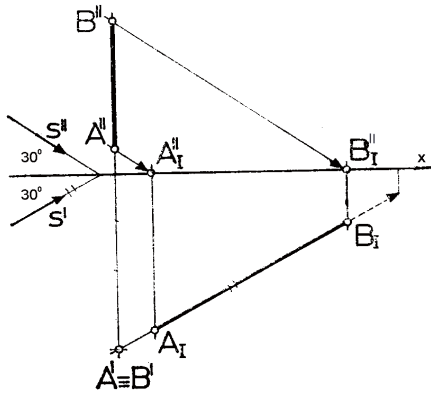


сл. 26

1° - ојсечкаџа е џаралелна со џроекционата рамнина $AB \parallel \Pi_2$. (сл. 26)

Решение: Решавањето е исто како во претходните задачи, но имаме дека $A_{II}B_{II} \parallel A''B''$.

Заклучок: Сенкаџа на ојсечка џаралелна со рамнинаџа на која фрла сенка е ојсечка џаралелна и еднаква на зададенаџа (оригиналоџ).



сл. 27

2° - ојсечкаџа е нормална на џроекционата рамнина $AB \perp \Pi_1$. (сл. 27)

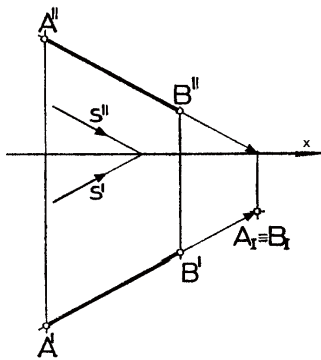
Решение: Ја определуваме сенката на точките $A - A_1$ и $B - B_1$.

Заклучок: Сенкаџа на ојсечкаџа AB е џаралелна со зракоџ s' .

3° - ојсечкаџа е џаралелна со светлосноџ зрак (сл. 28)

Решение: Сенката на отсечката на проекционата рамнина е точка ($A_1 \equiv B_1$).

Заклучок: Сенкаџа на ојсечка џаралелна со светлосноџ зрак е џочка.



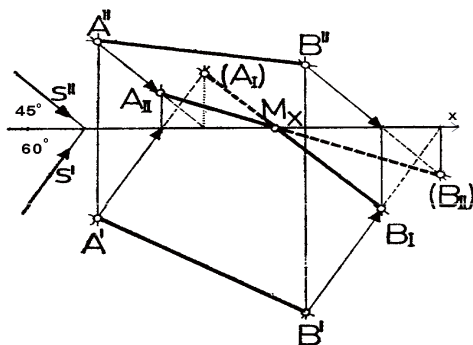
сл. 28

4° - ојсечкаџа е во ојшџа џоложба (сл. 29)

Задача: Да се ојредели сенкаџа на ојсечкаџа $AB[A(1;1,5;1,5)B(4;3,5;1)]$ ако $\alpha=60^\circ$, $\beta=45^\circ$.

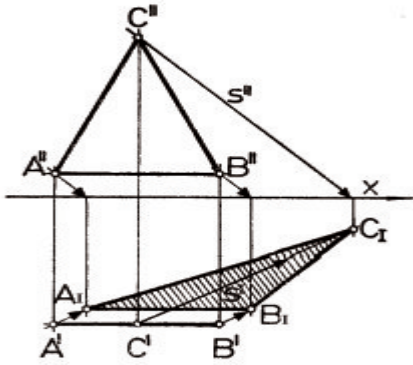
Решение: При конструкција на сенката се употребува геометриска сенка, затоа што сенката на отсечката е во Π_1 и Π_2 .

Сенката на точката A е во рамнината Π_2 , а сенката на точката B е во рамнината Π_1 . Во овој случај, не може сенките на точките A и B едноставно да се поврзат затоа што се наоѓаат во различни рамнини. Поради тоа треба да се најде геометриската сенка на точката A (A_1) или на точката B (B_{II}). Потоа, се поврзуваат сенките на точките кои припаѓаат на иста проекциона рамнина и се добива точката M_x . Во таа точка, сенката преминува од една во друга проекциона рамнина.

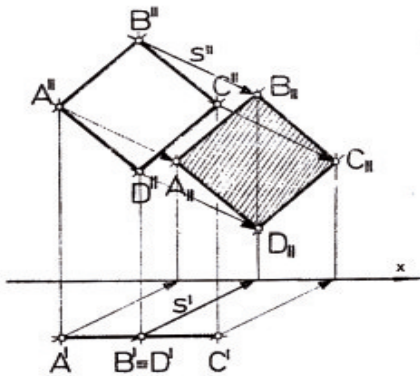


сл. 29

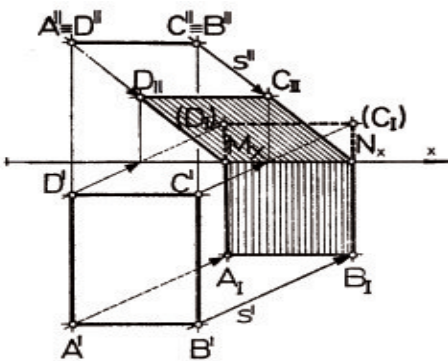
Заклучок: Кога ојсечкаџа е во ојшџа џоложба, сенкаџа е ојсечка која може да се наоѓа во еднаџа или на двеџе џроекциони рамнини.



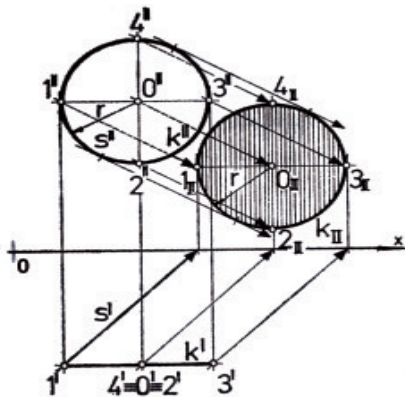
сл. 30



сл. 31



сл. 32



сл. 33

3.6. Сенка на геометриска слика

Наједноставен полигон определен со три точки е триаголникот. Ако се пропуштат светлосни зраци низ неговите темиња, лесно ќе се определат неговите сенки кои споени ќе ја определат сенката на дадениот полигон.

Задача 1. Да се ојредели сенката на рамнокракиот триаголник $ABC \parallel \Pi_2$ ако $A(1;2,5;0,5)$ $B(4;2,5;0,5)$ $b = 3,5\text{cm}$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$ (сл.30).

Решение: Се определуваат сенките на трите темиња A , B и C кои се наоѓаат во Π_1 : A_1 , B_1 и C_1 . Со нивното спојување се добива сенката на триаголникот.

Задача 2. Да се ојредели сенката на квадратот $ABCD \parallel \Pi_2$ со страна

$$a = \overline{AB} = [A(1;1;1)B(2,5;1;1,5)] , \alpha = \beta = 30^\circ \text{ (сл. 31).}$$

Решение: Се определуваат сенките на четирите темиња. Сенките на темињата A , B , C и D се наоѓаат во рамнината Π_2 . Поради тоа треба само да се поврзат точките A_{II} , B_{II} , C_{II} и D_{II} кои се сенки на точките на квадратот и ја даваат неговата сенка.

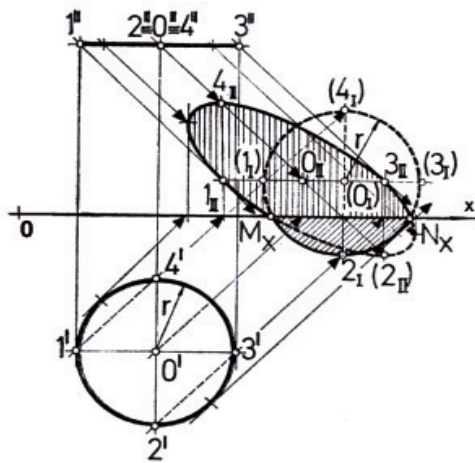
Задача 3. Да се ојредели сенката на правоаголникот $ABCD \parallel \Pi_1$ ако $A(1;3,5;2,5)$ $B(3;3,5;2,5)$ $C(1;1;2,5)$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$ (сл. 32).

Решение: Се конструира фрлена сенка на Π_1 : A_1 , B_1 , (C_1) и (D_1) со што ја определуваме вистинската сенка $A_1 B_1 N_x M_x$. Потоа сенките во Π_2 : C_{II} и D_{II} ги поврзуваме со точките $N_x M_x$.

Заклучок: Ако $ABCD \parallel \Pi_1$ тогаш $A_1 B_1 C_1 D_1 \parallel A' B' C' D'$ или кога геометриската слика е паралелна со една од проекционните рамнини, нејзината сенка е паралелна и складна со онаа проекција на сликата.

Задача 4. Да се ојредели сенката на круг кој е паралелен со Π_2 , со центар $O(3,3,5)$ и $r = 1,5\text{cm}$ ако $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$ (сл. 33).

Решение: Земајќи го предвид заклучокот од задачата 3, фрлената сенка на кругот k_{II} во рамнината Π_2 е круг паралелен и складен со зададениот. Значи, доволно е да се најде сенката на центарот O на Π_2 : O_{II} , од кој со дадениот радиус се црта сенката на кругот, k_{II} .



сл. 34

Задача 5. Да се определат сенката на круг кој е паралелен со Π_1 , со центар $O(3,3,4)$ и $r = 1,5$ см ако $\alpha = \beta = 45^\circ$ (сл. 34).

Решение: Прво се определува геометриската сенка на O на Π_1 : (O_1) и се црта круг со радиус на дадениот. Помалиот дел од кругот $M_x 2_1 N_x$ е фрлена сенка, а поголемиот дел $M_x (3_1) (4_1) N_x$ е геометриска сенка. Се определува O_{II} и сенките на нормалните дијаметри 1, 3 и 2, 4: $1_{II} 3_{II} 4_{II}$ и (2_{II}) . Тие се дијаметри на елипса што е фрлена сенка на кругот на Π_2 .

Задачи за вежбање:

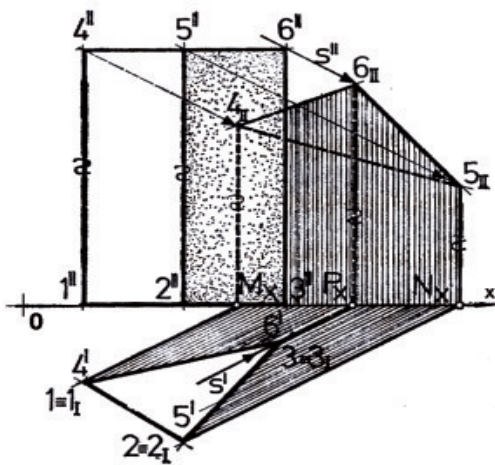
1. Да се определи сенката на правоаголникот $ABCD \parallel \Pi_2$ ако $A(1;1,5;1) B(3;1,5;1)$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.
2. Да се определи сенката на правоаголникот $ABCD \parallel \Pi_1$ ако $A(1;1;2) B(3,5;1;2) C(1,4;2)$, $\alpha = \beta = 45^\circ$.
3. Да се определи сенката на правоаголникот $ABCD \parallel \Pi_2$ ако $A(1;1;1) B(3,5;1;1) C(1;1;4)$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.
4. Да се определи сенката на рамнокракиот $\Delta ABC \parallel \Pi_2$ со страна $a = \overline{AB} = [A(1;1,5;1) B(4;1,5;1)]$, $b = 3,5$ см ако $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

3.7. Сопствена и фрлена сенка на геометриски тела

Сега ќе го разгледаме начинот на добивање сенки ако светлосните зраци се пропуштат низ познатите геометриски тела.

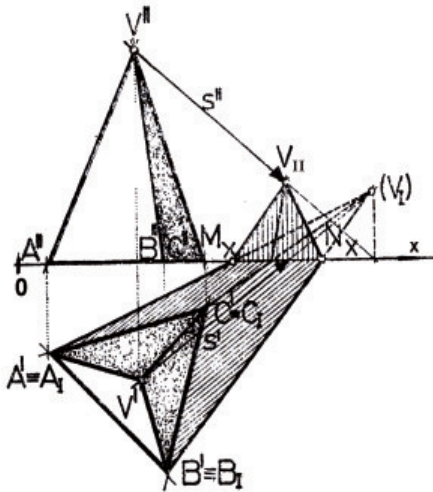
Геометриските тела лежат во рамнината Π_1 и имаат фрлени сенки во Π_1 и Π_2 . Постапката за добивање на сенките ќе ја следиме преку решавање на задачи за секое тело посебно.

Задача 1. Дадена е илустрирана триаголна призма која лежи во Π_1 , со основа $\Delta ABC [A(2;1,5;0) B(6;1;0) C(4;4;0)]$, $H = 6$ см и свешлосен зрак под агол $\alpha = \beta = 30^\circ$. Да се определат фрлената сенка, осветлениот дел, сопствената сенка и раставницата на призмата (сл. 35).



сл. 35

Решение: Сенките на темињата од долниот базис 1, 2 и 3 се непосредно определени во Π_1 : $1 \equiv 1_1$, $2 \equiv 2_1$ и $3 \equiv 3_1$. Вертикалните рабови 1 4, 2 5 и 3 6 се нормални на Π_1 и нивните сенки лесно се конструираат и тоа: по Π_1 се паралелни на s' до x -оската каде што се прекршуваат и се движат по Π_2 паралелни со бочните рабови. Точките 4_{II} , 5_{II} и 6_{II} се добиваат како пресек на претходните сенки со s'' . Сенките на вертикалните рабови 1 4 и 2 5 и на хоризонталните рабови 4 6 и 5 6 ја претставуваат контурата на фрлената сенка која е шрафирана. Раставници кои го делат телото на осветлен и неосветлен дел се вертикалните рабови 1 4 и 2 5. Значи, страната 2 3 5 6 е во сопствена сенка, се гледа во Π_2 и е означена со точки. Страната 1 3 4 6 е исто така, во сопствена сенка, но не се гледа во Π_2 .



сл. 36

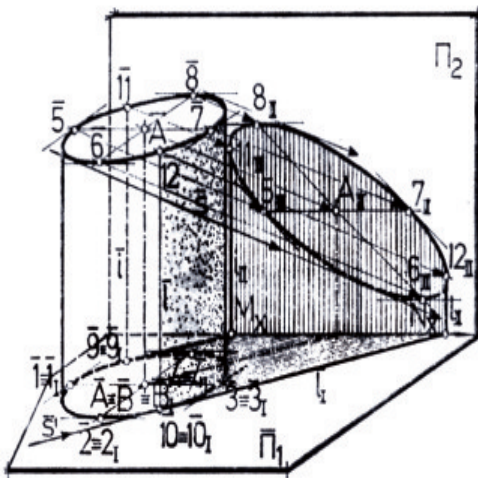
Задача 2. Дадена е правилна триаголна пирамида која лежи во Π_1 , со дадена страна на основата $a=AB=[A(1;3;0)B(6,5;1,5;0)]$, $H=10\text{cm}$ и светлосен зрак под агол $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$. Да се определат фрлената сенка, осветлениот дел, сопствената сенка и раставницата на пирамидата (сл. 36).

Решение: Бидејќи трите темиња од основата лежат во Π_1 , тие се совпаѓаат со нивните сенки: $A \equiv A_1$, $B \equiv B_1$ и $C \equiv C_1$. Поради тоа, треба да се најде сенката само на врвот на пирамидата која се наоѓа во рамнината Π_2 . Сенката на базисот е во Π_1 , а сенката на врвот е во Π_2 , и поради тоа тие не може да се поврзат и затоа треба да се најде сенката на врвот во Π_1 , односно геометриската сенка (V_1). Геометриската сенка на врвот се поврзува со сенката на темињата од базисот кои се во иста рамнина - Π_1 . Така се добиваат точките M_x и N_x кои лежат на x -оската и кои може да се поврзат со сенката на врвот V_{11} во Π_2 . Рабовите AV и BV се раставници и го дефинираат осветлениот и неосветлениот дел од пирамидата.

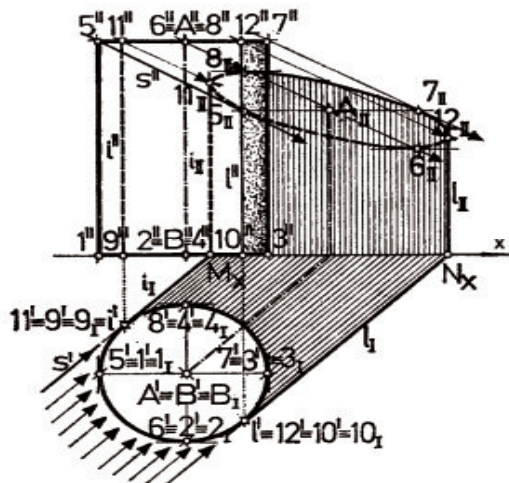
Задача 3. Даден е цилиндар чија оска $AB \perp \Pi_1$, со центар на основата $A(4,3,0)$, $r=1,5\text{cm}$ и $H=6\text{cm}$ и светлосен зрак под агол $\alpha=45^\circ$, $\beta=30^\circ$. Да се определат фрлената сенка, осветлениот дел, сопствената сенка и раставницата на цилиндарот (сл. 37а,б).

Решение: Се поставуваат замислени светлосни зраци кон цилиндарот и се забележува дека дел од него е осветлен до раставниците 10 12 и 9 11, а другиот дел е во сопствена сенка. Затоа, се определува фрлената сенка на раставниците и горниот базис. (Зошто не се определува сенката на долниот базис?!) Тоа се сведува на наоѓање на сенката на горната основа со центар $A - A_{11}$, како и сенките на изводниците 10 12= l и 9 11= i .

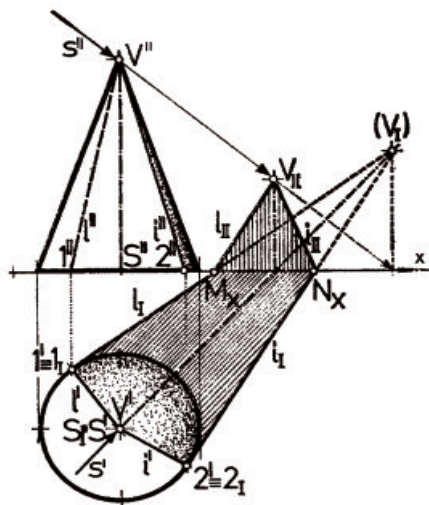
Објаснете како е определена сопствената сенка на цилиндарот!



сл. 37 а



сл. 37 б



сл. 38

Задача 4. Даден е конус со основа во Π_1 , со центар на основата $S(4,4,0)$, $r = 1,5$ см и $H = 6$ см и светлосен зрак под агол $\alpha=60^\circ$, $\beta=45^\circ$. Да се одредат фрлената сенка, осветлениот дел, сојсвјена сенка и раставницата на конусот (сл. 38).

Решение: Сенката на основата на конусот се поклопува со неговата прва проекција. Низ врвот $V(V'$ и V'') го повлекуваме светлосниот зрак и ги бараме неговите сенки во рамнината $\Pi_1 - (V_1)$ и во рамнината $\Pi_2 - V_{II}$. Од геометриската сенка (V_1) конструираме тангенти кон кругот (основа на конусот): i_1 и l_1 , кои се фрлени сенки на изводниците i и l на Π_1 . Фрлената сенка на конусот на Π_1 е делот до x -оската, ограничен со i_1 и l_1 . Потоа, сенката се прекршува во отсечката $M_x N_x$ и се качува на Π_2 сè до сенката на врвот V_{II} , омеѓен со втората проекција на сенките на изводниците i_{II} и l_{II} кои припаѓаат на раставницата. Делот од обвивката во Π_1 кој е омеѓен со изводниците $i'V'$ и $l'V'$ се наоѓа во сопствена сенка и ја означуваме точкесто, како и видливиот дел од обвивката во Π_2 .

Задачи за вежбање:

1. Да се определи сенката на рамнокрак $\Delta ABC \parallel \Pi_2$, $AB = [A(2,3,2)B(8,3,2)]$ со страна $b=7$ см ако $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
2. Да се определи сенката на правоаголникот $ABCD \parallel \Pi_1 [A(2,7,5)B(6,7,5)C(2,2,5)]$, ако $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
Да се определи сенката на рамнокрак $\Delta ABC \parallel \Pi_2$, $AB = [A(2,3,1)B(8,3,1)]$ со страна $b=7$ см, $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
3. Да се определи сенката на правоаголникот $ABCD \parallel \Pi_2, [A(2,3,2)B(6,3,2)C(2,3,8)]$, ако $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$.
4. Да се определи сенката на правилна тристрана призма страна $a = \overline{AB}[A(1,2,0)B(5,1,0)]$ која лежи во Π_1 , $H=7$ см и $\alpha = \beta = 30^\circ$.
5. Да се определи сенката на правилна четиристрана призма која лежи во Π_1 , со страна $a = \overline{AB}[A(1,2,0)B(5,1,0)]$, $H=7$ см и $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.
6. Да се определи сенката на правилна четиристрана пирамида со страна $a = \overline{AB}[A(1,2,0)B(5,1,0)]$ која лежи во Π_1 , $H=7$ см и $\alpha = \beta = 30^\circ$.
7. Да се определи сенката на цилиндар кој лежи во Π_1 , ако центарот на основата е $S=(4, 4, 0)$, $r=1,5$ см, $H = 7$ см и $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.
8. Да се определи сенката на конус кој лежи во Π_1 , ако центарот на основата е $S = (4, 4, 0)$, $r = 1,5$, $H = 7$ см и $\alpha = \beta = 45^\circ$.



ЗАПОМНИ

- ✓ Извор на светлосни зраци е светлосната точка.
- ✓ Во зависност од поставеноста на светлосната точка во однос на телото има:
 - централно светло и
 - паралелно светло.
- ✓ Централно светло – кога изворот на светлина е во непосредна близина на телото и може да биде: светилка, свеќа.
- ✓ Паралелно светло – ако изворот на светлина е во бесконечноста, на големо растојание од објектот (Сонце, Месечина).
- ✓ Светлосните зраци кај паралелното светло се паралелни меѓу себе.
- ✓ Ако аголот кој го зафаќаат светлосните зраци со рамнината P_1 (α) е 45° и аголот кој го зафаќаат со рамнината P_2 (β) е 45° , овој вид светло се нарекува техничко светло.
- ✓ Осветлен дел од телото е површината врз која се задржале светлосните зраци, а е свртен кон изворот на светлина.
- ✓ Неосветлен дел од телото е темниот дел или оној дел од телото на кој не пробива светлината или сопствената сенка.
- ✓ Раставница е линија која го раздвојува осветлениот од неосветлениот дел од телото.
- ✓ Вистинска сенка е фрлената сенка на видливиот дел од рамнините P_1 и P_2 .
- ✓ Геометриска сенка е фрлената сенка на невидливиот дел од рамнините P_1 и P_2 .
- ✓ Сенка на точка е пробод на светлосниот зрак низ една од проекциските рамнини.
- ✓ Сенка на отсечка е отсечка или точка.
- ✓ Ако отсечката е паралелна со светлосниот зрак, нејзината сенка е точка.

Прашања за проверка на знаењето:

1. Што може да биде извор на светлосните зраци?
2. Што е централно светло? Каде се наоѓа изворот на светлина?
3. Што е паралелно светло? Кој е и каде се наоѓа изворот на светлина?
4. Како се поставени светлосните зраци кај паралелното светло?
5. Како се добива техничко светло?
6. Што е сенка на точка?
7. Што може да биде сенката на отсечка?
8. Кога сенката на отсечка е точка?
9. Кога сенката на отсечка е отсечка еднаква со зададената?
10. Што е фрлена сенка? Каде се наоѓа?
11. Што е сопствена сенка? Каде се наоѓа?
12. Што е раставница?
13. Како се обележува сенката на точката ако лежи во рамнината Π_1 , а како во Π_2 ?



**ТЕМА:
Б. ПЕРСПЕКТИВА**

**Тематска целина
1. ЕЛЕМЕНТИ НА
ПЕРСПЕКТИВАТА**

**Во оваа тематска целина, ученикот
може да се запознае со:**

- **видовите и поимот за перспектива и**
- **елементите на перспективата:
очна точка, предмет, видни зраци, недогледни точки, лико-рамнина, основица и рамнина на хоризонтот**

ТЕМАТСКА ЦЕЛИНА

1. Елементи на перспективата

1. 1. Основни елементи на перспективата

2. 2. Видови перспектива



ПЕРСПЕКТИВА

ПРЕДГОВОР

Материјалот кој е пред вас е наменет за полесно изучување и совладување на елементарните знаења од областа на перспективното цртање.

Од областа на теоријата на перспективното цртање разработени се само неопходните содржини потребни за исцртување на перспективни слики на три-димензионални облици и примена во примери од праксијата.

Текстот е дојлен со повеќе перспективни слики на ентериери, просторни објекти и цели комплекси од областа на високоградбата.



1.1. Основни елементи на перспективата



Перспективата како наука е дел од нацртната геометрија која го изучува прикажувањето на предметите приближно онака како што ги гледаме во просторот.

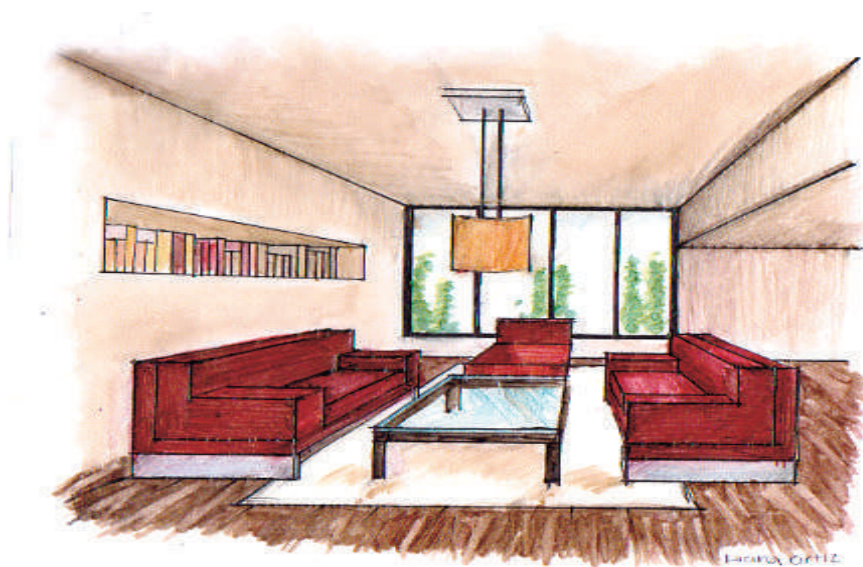
Цртањето перспективни слики, за првпат, се среќава во сликарството на старите Римјани, а кај нас во фреско-сликарството во манастирите во XIV век. Уште тогаш е забележано дека некои паралелни рабови во сликите не се паралелни, агли меѓу рабовите од 90° , се гледаат деформирани или отсечки кои се еднакви на сликите се намалуваат за онолку за колку што се подалеку од набљудувачот.

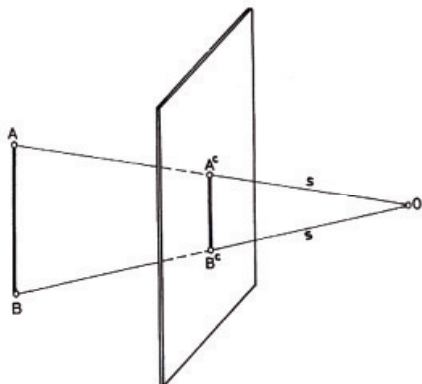


Научното изучување на перспективата почнува во времето на ренесансата (XIV век). Познати ренесансни сликари, како Леонардо Да Винчи, поставуваат правила за цртање на перспективните слики. Подоцна во XV и XVI век, перспективното цртање се поврзува со изработката на технички проекти.

Фотографиите добиени со фотографски апарат, исто така претставуваат перспективни слики.

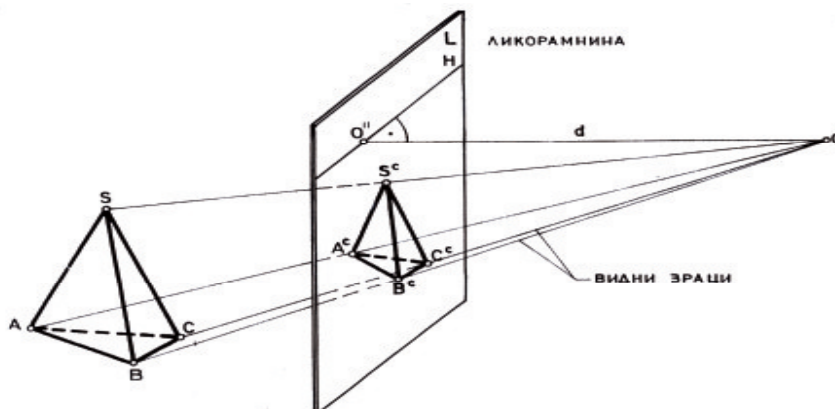
Перспективните слики се викаат и *централни проекции*. Тие се изработуваат за да се прикаже севкупниот изглед на некој предмет или градежен објект и тоа неговиот облик, положба во просторот и неговото естетско вклопување во природниот амбиент. Во перспективните слики предметите или објектите се прикажани онака како што ги гледа нашето око.





сл. 39

Наједноставен начин да се добие перспективна слика на еден предмет е ако меѓу него и нашето око се постави стаклена плоча – просирна вертикална рамнина. Да замислиме дека од нашето око (O) кон секоја точка од предметот паѓа по еден светлосен зрак. Зракот минува низ плочата и на неа остава траг. Тој траг е *слика* или *лик* или *централна проекција* на точката од која е повлечен зракот. На сликата 39 е најдена централната проекција на отсечката $AB = A^C B^C$.

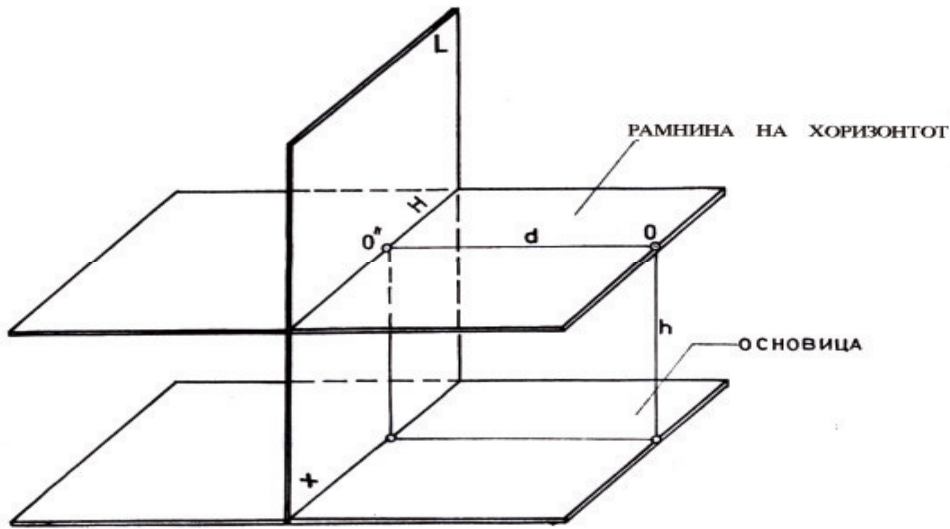


сл. 40

На сл. 40 се гледа дека на секоја точка од тристраната пирамида, одговара по една точка на стаклената плоча. Исто така, на секој раб од телото, одговара по еден раб на стаклената плоча.

Од цртежот на сл. 40 може да се согледаат основните елементи на перспективата:

- *централна проекција* или *перспективна слика* – цртежот на пирамидата на стаклената плоча;
- *ликорамина* – вертикална рамнина на која се наоѓа перспективната слика и се обележува со **L**;
- *видни зраци* – зраци кои поминуваат од окото кон предметот и се обележуваат со *s*;
- *перспективни слики* – точките A^C, B^C, C^C и S^C ;
- *очна точка* – точката O или нашето око, во кое се собираат видните зраци и кое е центар на проектирањето.
- *главна очна точка* – O'' - втора ортогонална проекција на очната точка на ликорамнината;
- *дистанција* или *главен зрак* – нормално растојание меѓу O и O'' и се обележува со **d**. $OO''=d$.



сл. 41

- *основица* или *основна рамнина* (сл.41) – најниска хоризонтална рамнина која е нормална на ликорамнината. Овие две рамнини се сечат по права која се обележува со x – оска;
- *рамнина на хоризонтој* – рамнина која е паралелна со основицата и минува низ очната точка;
- *хоризонтој* е права по која рамнината на хоризонтот се сече со ликорамнината и се обележува со H ;
- *висина на хоризонтој* – вертикално растојание од основицата до рамнината на хоризонтот и се обележува со h .



сл. 42

1.2. Видови перспектива

1. Во зависност од положбата на ликорамнината во однос на предметот за кој се црта перспективна слика, се разликуваат:

- * *аголна перспектива* – кога само еден елемент од предметот (најчесто висината) припаѓа или е паралелна со ликорамнината (сл.42).
- * *фронтална перспектива* – кога два елемента од предметот (должина и висина или ширина и висина) припаѓаат или се паралелни со ликорамнината (сл. 43).



сл. 43



сл. 44



сл. 45



сл.48

2. Во зависност од висината на хоризонтот, перспективата може да биде:

- * *жабја перспектива* – висината на хоризонтот е многу мала и е блиску до основата (сл. 44);
- * *нормална перспектива* – висината на хоризонтот е од 150 до 200 см (сл. 45);
- * *твичја перспектива* – висината на хоризонтот е многу над висината на објектот (сл. 46).



сл. 46

3. Во зависност од местото на набљудување, перспективата може да биде:

- * *надворешна перспектива или екстериер* – поглед на објектот однадвор со вклопување во природниот амбиент (сл. 47);
- * *внатрешна перспектива или ентериер* – поглед во објектот, во просториите на објектот (сл. 48).



сл. 47

 **ЗАПОМНИ**

- ✓ Перспективата е дел од нацртната геометрија која го изучува прикажувањето на објектите приближно како што ги гледа човечкото око.
- ✓ Перспективните слики на објектите се викаат централни проекции.
- ✓ Ликорамнина е вертикалната рамнина на која се наоѓаат перспективните слики.
- ✓ Видни зраци се зраците кои поминуваат од окото кон предметот.
- ✓ Перспективна слика е ликот од предметот на ликорамнината.
- ✓ Очна точка е центар на проектирањето.
- ✓ Главна очна точка е ортогоналната проекција на очната точка на ликорамнината.
- ✓ Дистанција или главен зрак е нормално растојание од очната точка до ликорамнината основица или основна рамнина – најниска хоризонтална рамнина.
- ✓ Рамнина на хоризонтот е рамнина која е паралелна со основицата и минува низ очната точка.
- ✓ Хоризонт е права по која се сече рамнината на хоризонтот со ликорамнината.
- ✓ Висина на хоризонтот е вертикалното растојание од основицата до рамнината на хоризонтот.
- ✓ Аголна перспектива е онаа кога само еден елемент од телото (најчесто висината) припаѓа на ликорамнината.
- ✓ Фронтална перспектива е онаа кога два елемента од телото (должина и висина или ширина и висина) припаѓаат или се паралелни на ликорамнината.
- ✓ Жабја перспектива се добива кога хоризонтот е поставен многу блиску до основицата.
- ✓ Нормална перспектива се добива кога висината на хоризонтот е од 150 до 200 см.
- ✓ Птичја перспектива се добива кога хоризонтот е поставен многу над објектот.
- ✓ Надворешна перспектива се добива со поглед на објектот однадвор.
- ✓ Внатрешна перспектива се добива со поглед на внатрешноста на објектот

Тематска целина
2. ТОЧКА, ПРАВА,
НЕДОГЛЕДИ И ПРАВА ВО
СПЕЦИЈАЛНА ПОЛОЖБА

Во оваа тематска целина, ученикот
може да се запознае со:

- прв и втор лик на точка;
- прв и втор лик на права со
продор и недогледи;
- правилата за определување на
перспективна слика на прави во
специјална положба во однос на
ликораамнината и основицата.

ТЕМАТСКА ЦЕЛИНА

2. Точка, права, недогеди и права во специјална положба

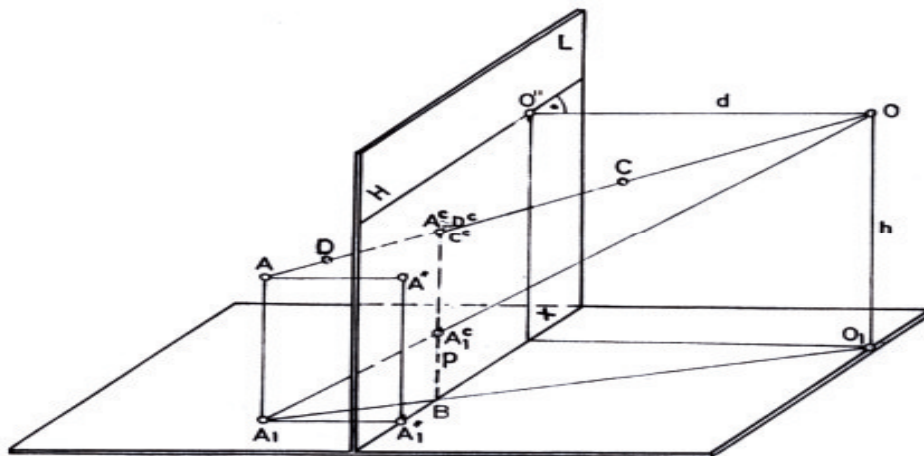
2. 1. Перспективна слика на точка

2. 2. Перспективна слика на права

2. 3. Перспективна слика на прави во специјална положба

2. 1. Перспективна слика на точка

Перспективна слика на точка е пробод на видниот зрак низ ликоврамнината повлечен од очната точка кон точката.



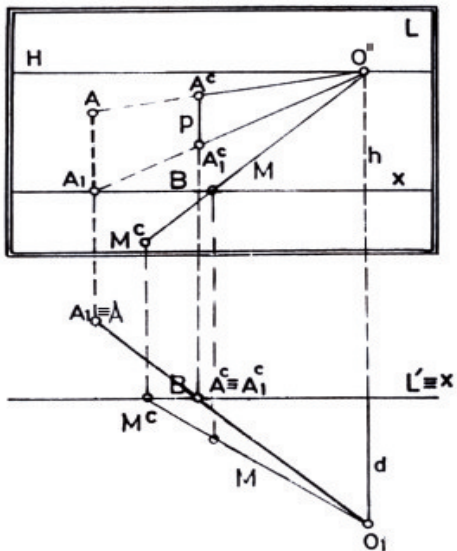
сл. 49

На сликата 49 е дадена точката A зад ликоврамнината. Нејзина перспективна слика е точката A^C која е пробод на зракот AO низ L. Од просторната слика се гледа дека не само точката A туку и сите точки кои припаѓаат на видниот зрак AO (тоа се точките C и D) имаат перспективна слика во точката A^C или A^C е перспективна слика на сите точки кои припаѓаат на зракот AO. Значи, една точка во просторот, не е потполно одредена само со својата перспективна слика.

Ортогналната проекција на точката A на основницата е точката A_1 која се вика **прв лик** на точката. Ортогналната проекција на очната точка на основницата е точката O_1 , **прв очен лик**. Растојанието OO_1 е **висина на хоризонтот** ($h=OO_1$). Ортогналната проекција на точката A на ликоврамнината е точката A'' која се вика **втор лик**. Вториот лик на очната точка (O'') на ликоврамнината се наоѓа на хоризонтот (H).

Прободот на зракот AO низ ликоврамнината е најден со помош на рамнина која минува низ зракот AO и неговиот прв лик A_1O_1 , рамнината AA_1O_1O . Оваа рамнина е нормална на основницата и се сече со L по пресечната права p која е нормална на x-оската со почеток во точката B. Во пресек на оваа пресечна права и зракот AO се наоѓа A^C .

Во пресек на оваа права и зракот A_1O (повлечен од првиот лик на точката A), се наоѓа A_1^C - перспективна слика на првиот лик на точката A. Точките A^C и A_1^C наплно ја одредуваат просторната положба на точката A.



сл. 50

На сликата 50 е дадена ортогоналната проекција на ликоврамнината и основицата со перспективната слика на точката A. Тука ликоврамнината е прикажана во една рамка која го опфаќа она што се гледа на неа.

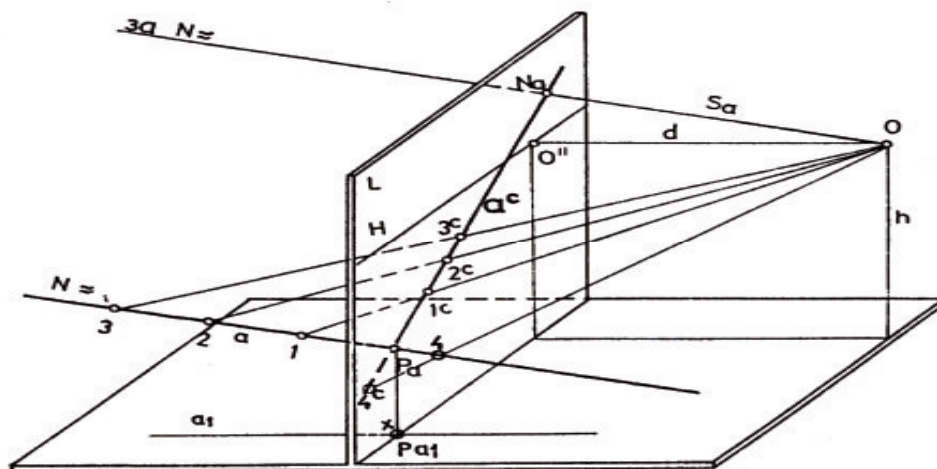
Ако тточката припаѓа на ликоврамнината, нејзината перспективна слика се совпаѓа со самата тточка.

Точка која припаѓа на основицата и се наоѓа зад ликоврамнината, има перспективна слика над x-оската (A_1).

Точка која припаѓа на основицата и се наоѓа пред ликоврамнината, има перспективна слика под x-оската (точката M).

2. 2. Перспективна слика на права

Перспективна слика на права која е во произволна положба се наоѓа ако се најдат перспективните слики на две точки кои ѝ припаѓаат. Едната точка е прободот на правата a низ L, P_a (сл. 51a).

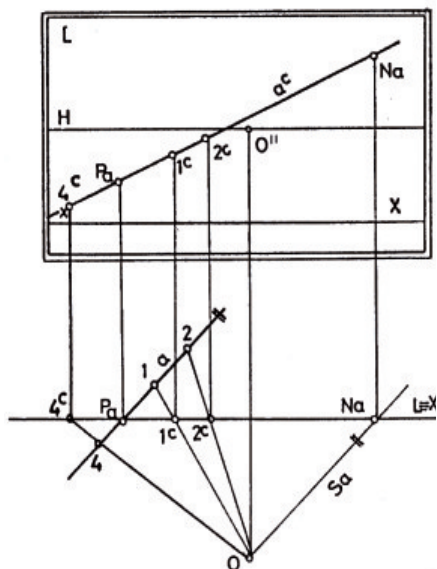


сл. 51 а

Перспективната слика на правата a минува низ точката P_a . Бидејќи една права е дефинирана со две точки, треба да се најде уште една точка за да се добие a^c . Од низата точки кои ја сочинуваат правата a се зема една која се наоѓа бескрајно (недогледно) далеку, точката N. Ако низ неа повлечеме зрак кон очната точка, тој зрак ќе биде паралелен со правата a . Прободот на овој зрак низ ликоврамнината се вика **недоглед** на правата a и се обележува со N_a .

Недоглед на една права е перспективна слика на бесконечно оддалечена тточка од таа права.

Перспективната слика на правата поминува низ прободот, P_a и недогледот N_a .



сл. 51 б

На сл. 51а е дадено просторното решение за наоѓање на перспективната слика на правата a која минува низ прободот и недогледот. Прободот (P_a) на правата низ ликоврамнината е најден со помош на прободот на првиот лик на правата (P_{a1}) кој се наоѓа на x -оската. Недогледот N_a се наоѓа на ликоврамнината и е најден со помош на зракот S_a кој е повлечен од бескрајно оддалечена точка на правата кон очната точка и е паралелен со правата a .

На правата се произволно поставени точките 1, 2, 3 и 4 чии перспективни слики се на a^c . Од ова произлегува:

Ако точката припаѓа на правата, нејзината перспективна слика припаѓа на перспективната слика на правата и обратно.

На сликата 51б е дадена ортогоналната проекција за добивање на перспективна слика на права.

2. 3. Перспективна слика на прави во специјална положба

Една права во просторот може да биде во специјални положби во однос на основицата и ликоврамнината и тоа:

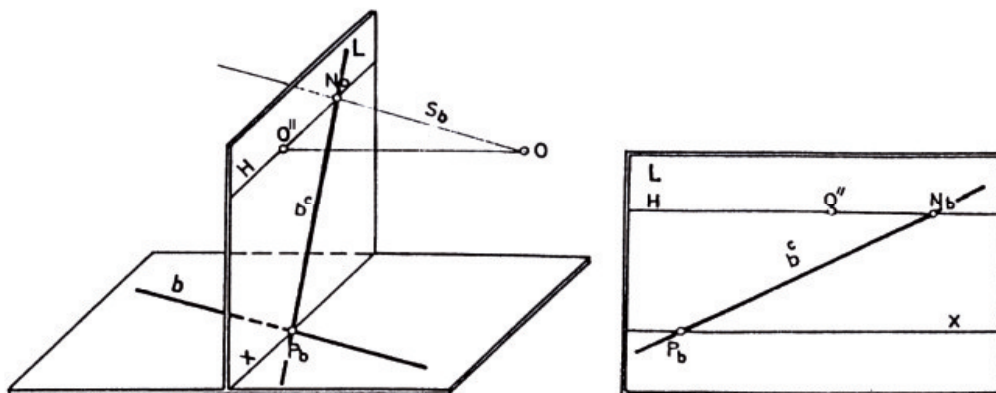
1⁰ Правата припаѓа на ликоврамнината

Ако правата припаѓа на ликоврамнината, таа има перспективна слика на истото место на ликоврамнината и тоа во вистинска големина.

2⁰ Правата припаѓа на основицата

Дадена е правата b која припаѓа на основицата (сл. 52). Нејзиниот пробод (P_b) низ ликоврамнината е на x -оската, а недогледот (N_b) е на хоризонтот. Ако се поврзат тие две точки ќе се добие перспективната слика на правата b .

Права која припаѓа на основицата има пробод на x -оската и недоглед на хоризонтот.

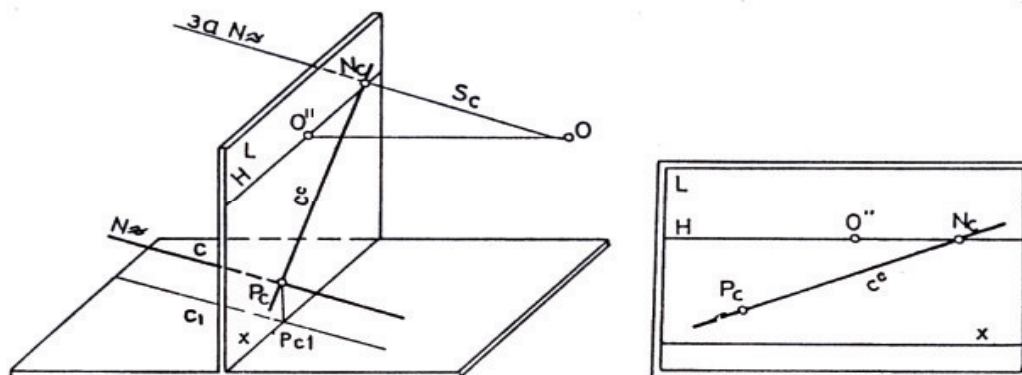


сл. 52

3⁰ Правата е паралелна со основницата

Правата (c) која е паралелна со основницата се вика *хоризонтала* (сл. 53). Нејзин пробод низ ликоврамнината е точката P_c , добиен со користење на прободот на првиот лик на правата кој се наоѓа на x -оската. Недогледот N_c се наоѓа на хоризонтот.

Права паралелна со основницата има пробод на ликоврамнината, а недоглед на хоризонтот.

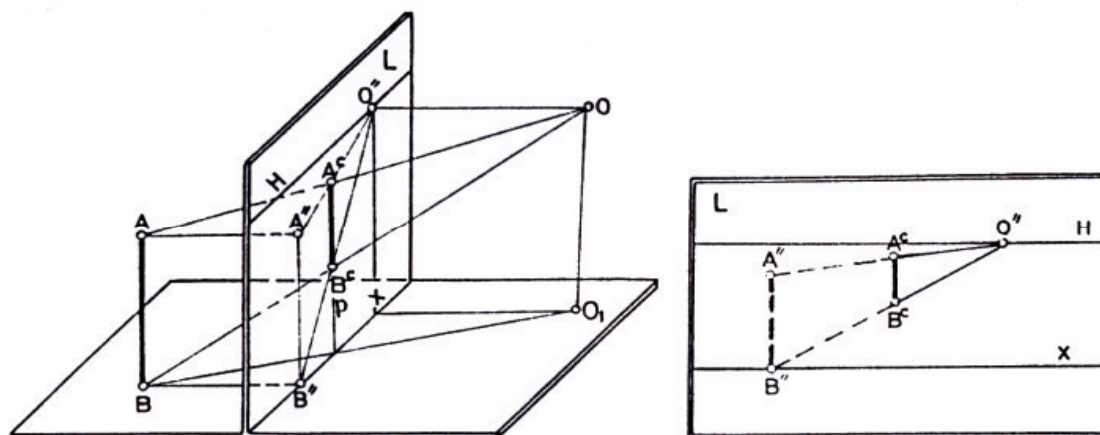


сл. 53

4⁰ Правата е нормална на основницата и е паралелна на ликоврамнината

Дадена е отсечката AB нормална на основницата која ја прободува ликоврамнината во бесконачност. Перспективната слика на правата се добива исто како на сл. 49, со поставување на рамнина нормална на основницата. Перспективната слика A^cB^c на отсечката AB е паралелна со неа, но не е во вистинска големина (сл. 54).

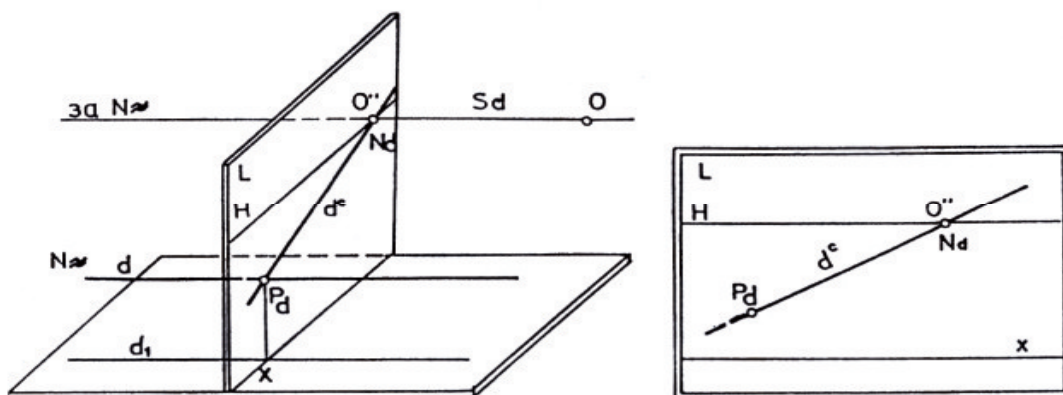
Ако отсечката е нормална на основницата, нејзината перспективна слика е нормална на x -оската.



сл. 54

5⁰ Правата е нормална на ликоврамнината и паралелна на основницата

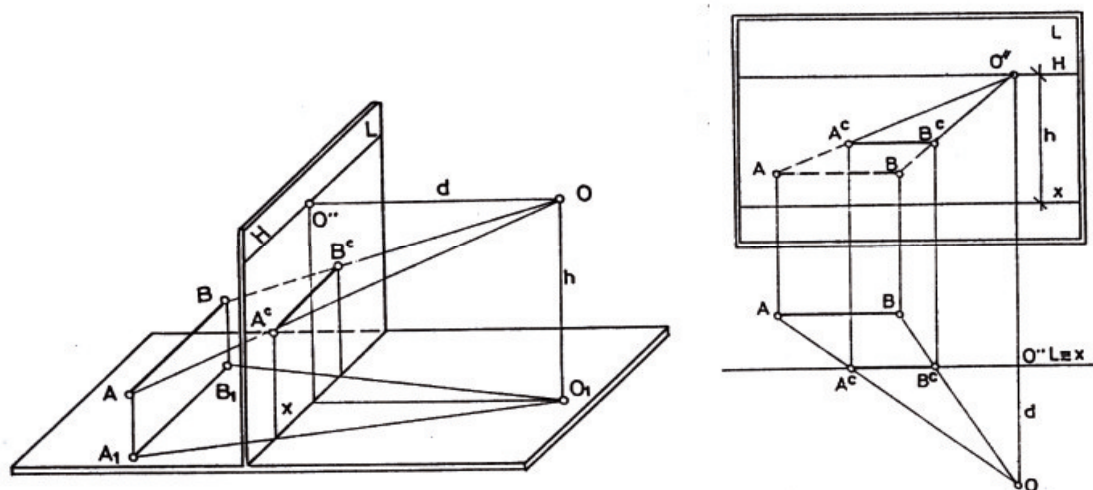
Дадена е правата d нормална на ликоврамнината со недоглед кој се совпаѓа со точката O'' , бидејќи зракот низ бесконечно оддалечената точка на правата е нормален на ликоврамнината и ја прободува во O'' . За одредување на P_d е користен прободот на првиот лик на правата кој се наоѓа на x -оската (сл. 55).



сл. 55

6⁰ Правата е паралелна со ликоврамнината и x -оската

Дадената отсечка има недоглед во бесконечност. Перспективната слика е паралелна со x -оската, но не е во вистинска големина. Перспективната слика на отсечката, $A^c B^c$, најдена е како пробод на зраците AO и BO низ ликоврамнината (сл. 56).

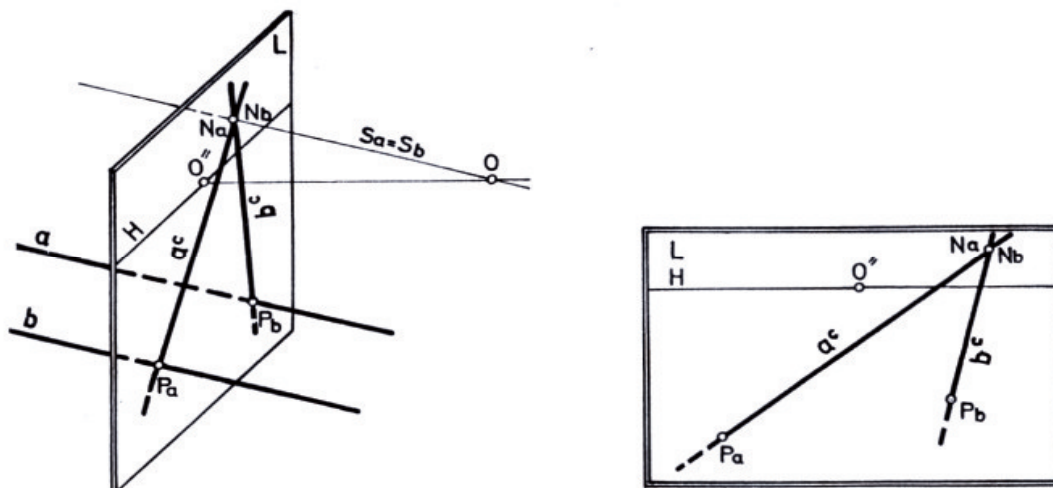


сл. 56

7⁰ Две їрави їпаралелни меїусебе

Дадени се две прави **a** и **b** кои меїусебе се паралелни. Тие имаат заеднички недогледи $N_a \equiv N_b$. Зрак повлечен низ бесконечно оддалечена точка на правата **a** или **b** кон очната точка ќе биде заеднички и паралелен со нив (сл. 57).

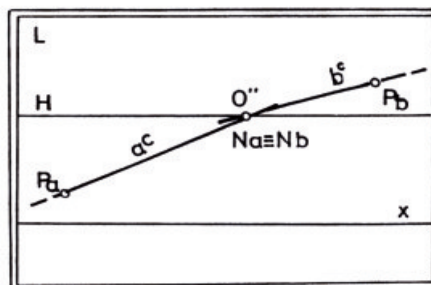
Паралелни їрави (две или їовеќе) во їерсїекїива имааї заеднички недоїлед, а различни їрободи.



сл. 57

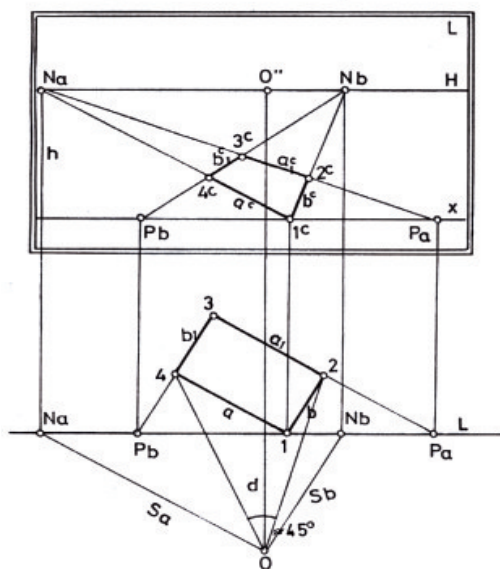
8⁰ Две їрави меїусебе їпаралелни и нормални на лїкорамнинаїа

Тие имаат заеднички недогледи на хоризонтот кои се совпаѓаат со главната очна точка O'' (сл. 58).



сл. 58

9⁰ Перспектива на правоаголник



сл. 59

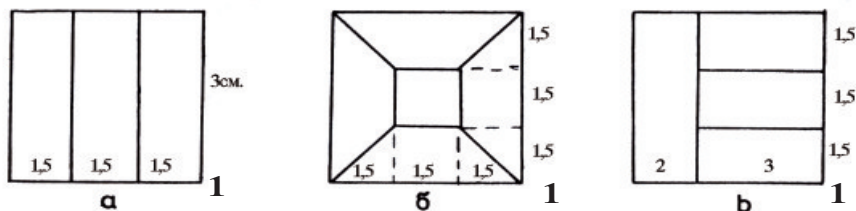
Даден е правоаголник кој припаѓа на основницата и се наоѓа зад ликоврамнината. Темето 1 припаѓа на ликоврамнината, односно на x -оската (сл. 59).

Точката 1 претставува пробод на страните a и b од правоаголникот, низ ликоврамнината. Прободот на страната a_1 кој минува низ темињата 3 и 2 и b_1 кој минува низ темињата 3 и 4, се прободите P_a и P_b на x -оската. Со повлекување на зраците S_a и S_b од очната точка O , паралелно со страните на правоаголникот се добиваат недогледите N_a и N_b . Тие се наоѓаат на ликоврамнината на хоризонтот и се заеднички за паралелните страни на правоаголникот: N_a е за страните 1 4 и 2 3 и N_b е за страните 1 2 и 4 3.

Недогледите најдени во ортогоналната проекција се пренесени во фронталната проекција (ликоврамнината) на хоризонтот, а прободите на x -оската. Перспективната слика на правоаголникот е конструирана со користење на недогледите N_a и N_b и прободите P_a и P_b .

Задачи за вежбање

Да се нацрта перспективна слика на дадениите рамнински ликови (сл.60) кои лежат во основницата, се наоѓаат зад ликоврамнината и имаат едно теме (1) кое припаѓа на x -оската. Да се примени методот на прободи!



сл. 60

 **ЗАПОМНИ**

- ✓ **Перспективна слика на точка е пробод на видниот зрак низ ликорамнината.**
- ✓ **Недоглед на една права е перспективна слика на бесконечно оддалечена точка од таа права.**
- ✓ **Две паралелни прави имаат заеднички недогледи.**

Прашања за проверка на знаењето:

1. Што е перспектива?
2. Како е поставена рамнината на хоризонтот и како се обележува?
3. Што е перспективна слика на точка?
4. Што е недоглед?
5. Како се обележуваат недогледните точки?
6. Како е поставена ликорамнината и како се обележува таа?
7. Според висината на хоризонтот, кои видови на перспектива постојат?
8. Според положбата на ликорамнината, кои видови перспективи постојат?
9. Што е перспектива на точка?
10. Како е поставена основната рамнина (основицата)?
11. Што е висина на хоризонтот?
12. Кои се видовите перспективи според местото на набљудувачот?
13. Со кои точки е определена перспективата на права?
14. Што е очна точка?

Тематска целина
3. ЦРТАЊЕ ПЕРСПЕКТИВА НА РАМНИНСКИ ЛИКОВИ

Во оваа тематска целина, ученикот може да се запознае со:

- општите поими како: размерни точки, висина на хоризонтот, виден агол, положбата на ликорамнината во однос на основата;
- цртањето перспектива на поедноставни рамнински слики и
- чувството за естетика и креирање.

ТЕМАТСКА ЦЕЛИНА

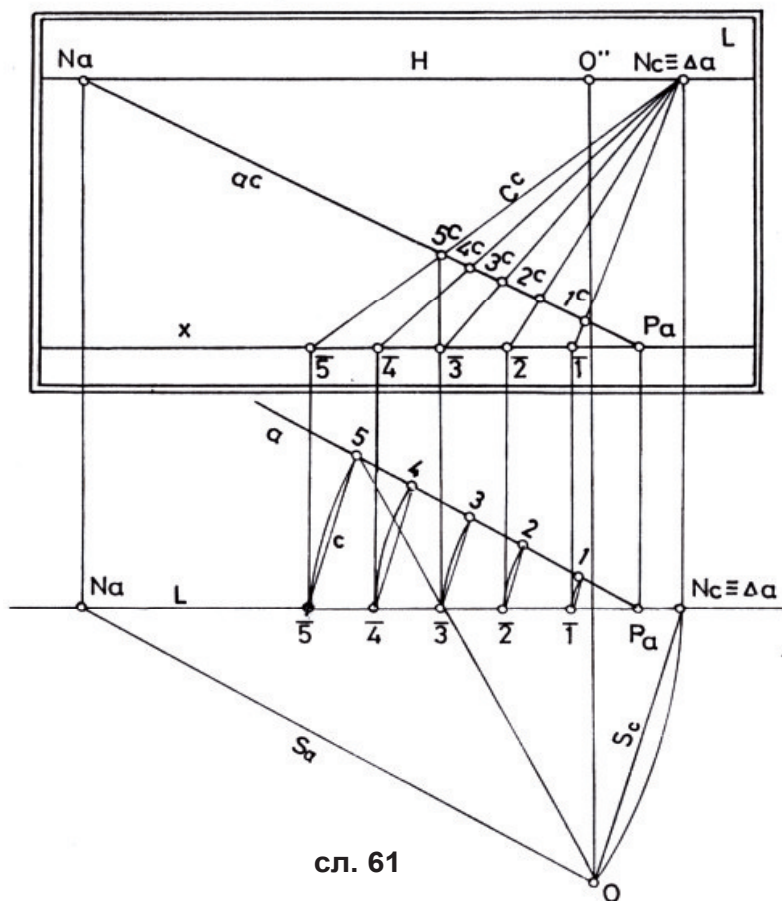
3. Цртање перспектива на рамнински ЛИКОВИ

3.1. Размерни шочки

*3.2. Перспективни слики на рамнински ликови кои
припаѓаат на основницата*

3. 1. Размерни точки

Цртањето перспективни слики на сложени рамнински ликови или тела кои ѝ припаѓаат на основницата, со користење прободи за секоја страна од ликот, многу често е непрактично. Поради тоа, се користат *размерни точки* со чија помош се врши пренесување на должините од основницата (каде што тие се во вистинска големина) во перспектива.



сл. 61

На сликата 61 е претставена правата **a** која ѝ припаѓа на основницата гледано ортогонално и нејзината перспектива во ликоврамнината. Во основницата се најдени P_a на x -оската и N_a на хоризонтот (H), со зрак S_a , кој е паралелен со **a** а поминува низ O . На правата се поставени точките 1, 2, 3, 4 и 5 на еднакви растојанија. Должината $P_a 5$ е пренесена на x -оската и е добиена отсечката $P_a \bar{5}$ ($P_a 5 = P_a \bar{5}$). Тетивата $5 \bar{5}$ е усвоениот правец **c**. Недоглед на правецот **c** е N_c најден со зракот S_c повлечен низ O паралелно со **c**. Триаголникот $P_a 5 \bar{5}$ е сличен со триаголникот $N_a O N_c$.

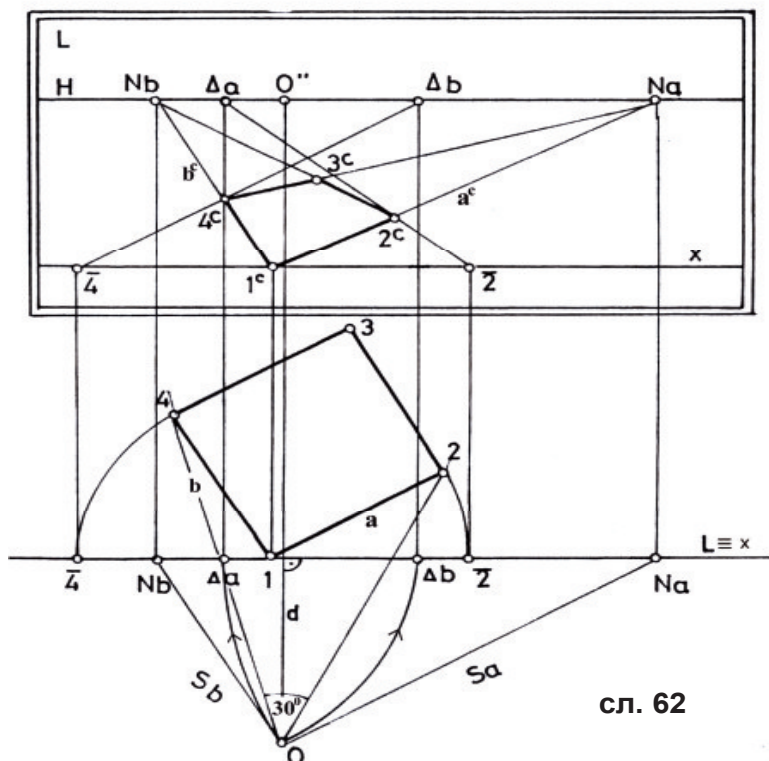
Бидејќи двата триаголника се рамнокраки, произлегува дека: $N_a O = N_a N_c$ што значи дека недогледот N_c може да се најде со ротирање на O околу N_a до x -оската. Перспективната слика на правата a, a^c , минува низ P_a и N_a . Точката $\bar{5}$ е пробод на правецот (тетивата) c низ ликорамнината на x -оската. Точката 5^c се наоѓа на a^c , исто како и точките $4^c, 3^c, 2^c$ и 1^c . Отсечките $1\bar{2}, 2\bar{3}, 3\bar{4}$ и $4\bar{5}$ кои на правата се еднакви исто како и на x -оската, во перспектива не се еднакви. Тие се помали за толку за колку што се оддалечени од ликорамнината. Точката N_c е недоглед за тетивите $\bar{44}, \bar{33}, \bar{22}, \bar{11}$ и $\bar{55}$ кои меѓусебе се паралелни.

Точката N_c се вика *размерна точка* и се обележува со Δ_a .

Размерните точки служат за пренесување на должини во висинска големина, во перспектива.

3. 2. Перспективни слики на рамнински ликови кои припаѓаат на основицата

Основицата во практика се идентификува со рамнината на теренот на кој се лоцирани сите објекти. На слика 62 е нацртана перспектива на квадрат кој припаѓа на основицата, а е поставен зад ликорамнината.



сл. 62

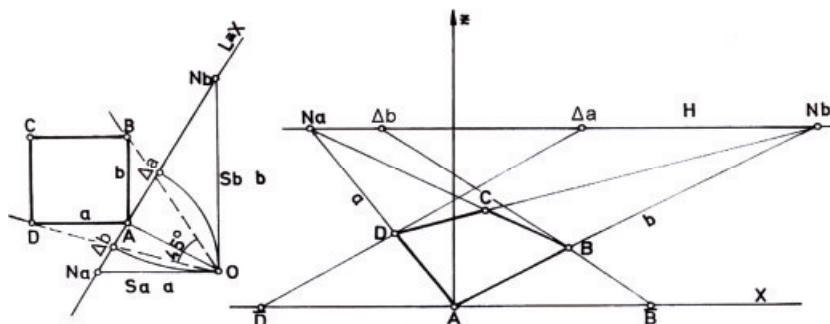
Темето 1 од квадратот припаѓа на x -оската. Далечината на очната точка O е одредена така што целиот квадрат е опфатен во агол од 30° до 45° . Нормално на симетралата на овој агол, низ точката 1 е поставена ликоврамнината. Недогледните точки N_a и N_b се најдени во основа со повлекување на паралелни правци со страните од квадратот.

Размерните точки Δ_a и Δ_b се најдени во основата со пренесување на отсечките N_aO и N_bO на x -оската. Недогледите и размерните точки од основата потоа се пренесени во перспектива. Вистинската големина на страните на квадратот 1 2 и 1 4 се нанесени на x -оската, лево и десно од точката 1. Со размерните точки Δ_a и Δ_b се најдени 2^C и на правците a^C и b^C . Страните на квадратот 1 2 и 3 4 се паралелни, па поради тоа имаат заеднички недоглед N_a исто како и страните 1 4 и 2 3 чиј недоглед е N_b . Во пресек на правците $4^C N_a$ и $2^C N_b$ е точката 3^C .

Цртањето перспективни слики како што е претходно објаснето (сл. 62) честопати е непрактично. Ваквиот начин на работа, бара поголем простор за цртање бидејќи првата проекција и перспективната слика се во ист размер.

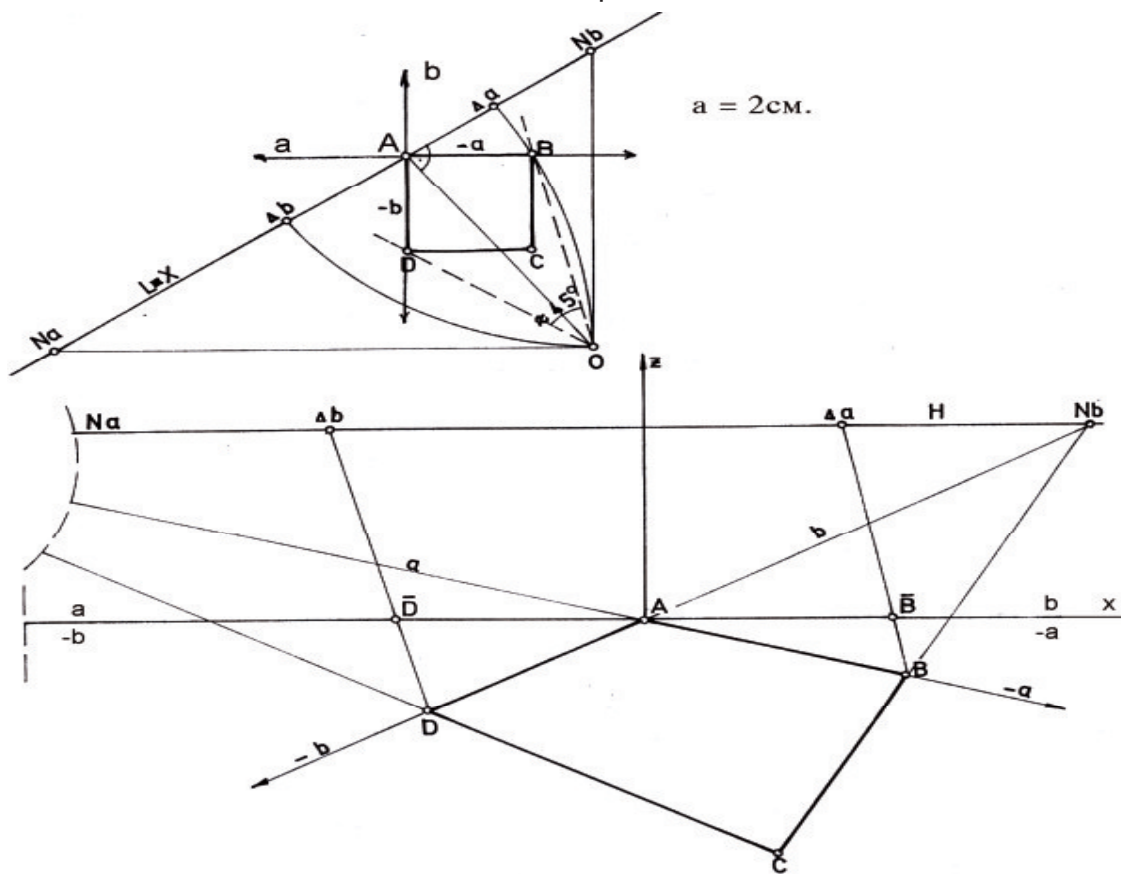
Поради тоа, првата проекција се одвојува и се црта во поситен размер (сл. 63). На тој цртеж се определуваат елементите на перспективното цртање: N_a , N_b , Δ_a и Δ_b . Првата проекција се црта во левиот горен агол на цртежот со поставување на правците a (должини) и b (ширини) хоризонтално и вертикално. Потоа, во краците на аголот од 45° треба да се опфати целата прва проекција со што се определува очната точка O . Ликоврамнината се поставува нормално на симетралата на аголот од 45° низ едно теме или страна од сликата за која се црта перспектива.

На сликата 63 квадратот од сл. 62 е поставен така што првата проекција е во поситен размер, а ликоврамнината е под агол, односно нормално на симетралата на аголот под кој се гледа сликата. Во покрупен размер, одделно, се црта ликоврамнината со перспективната слика на квадратот.

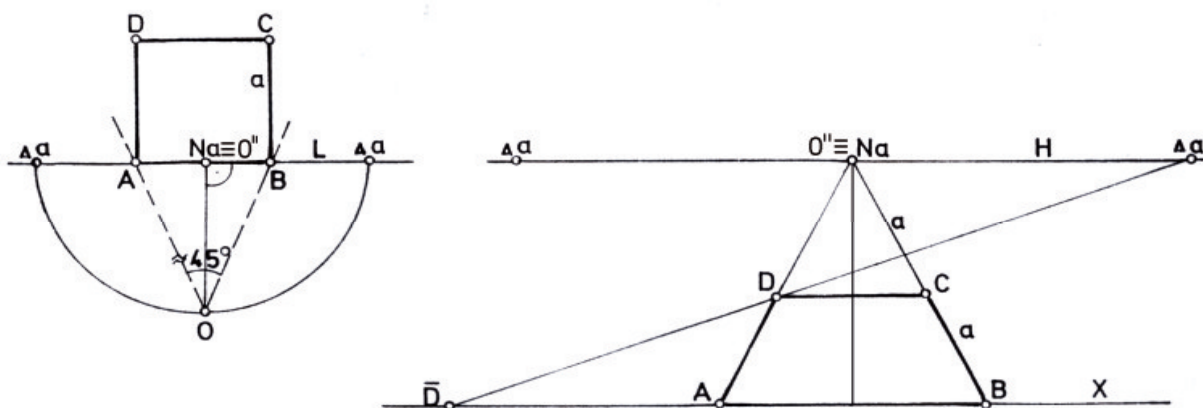


сл. 63

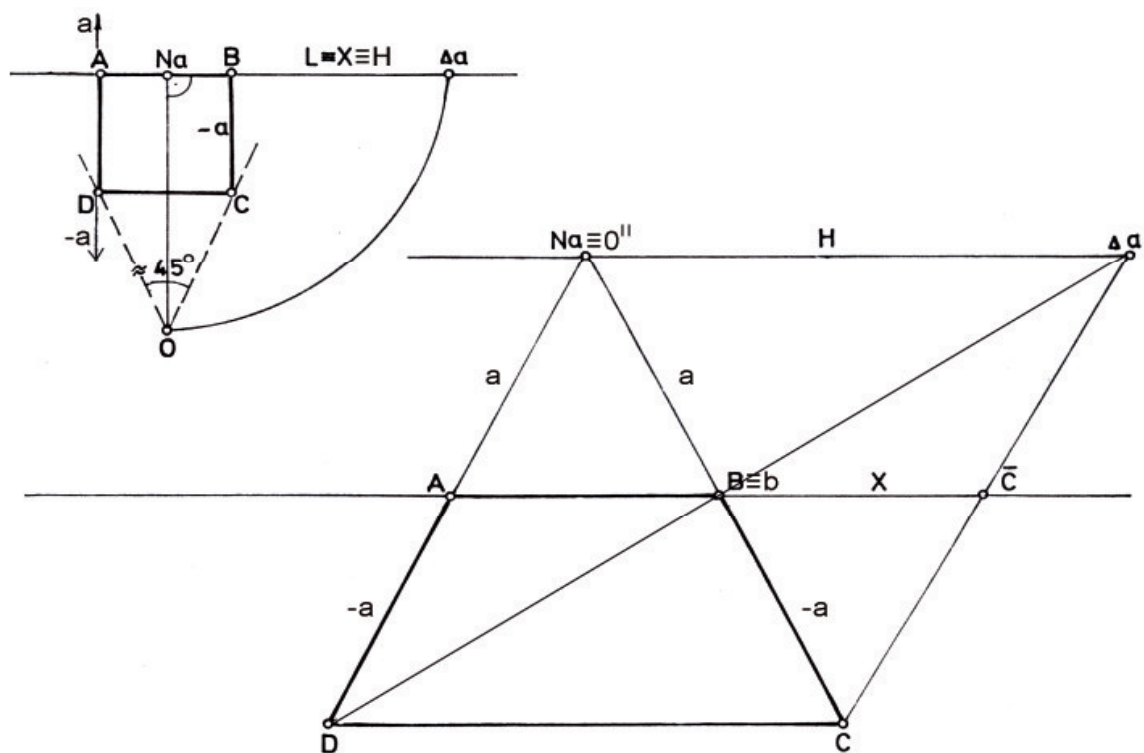
На сл. 64 е прикажана перспективна слика на квадрат кој лежи во основицата, а се наоѓа зад ликоврамнината. На сл. 65 а квадратот е пред, а на сл.65б е зад ликоврамнината и едната негова страна ѝ припаѓа на ликоврамнината. На сл. 66 е најдена перспектива на рамнински лик поставен пред ликоврамнината, кога едно теме (точката 1) припаѓа на ликоврамнината, односно на x-оската.



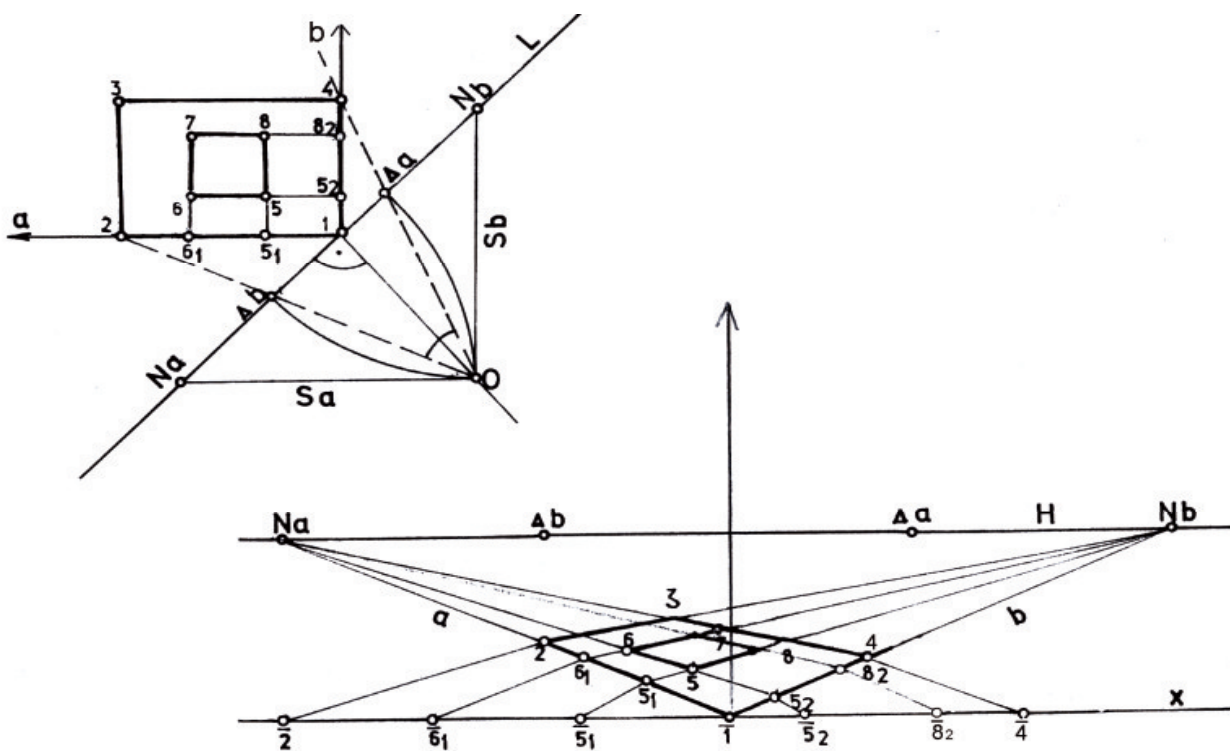
сл. 64



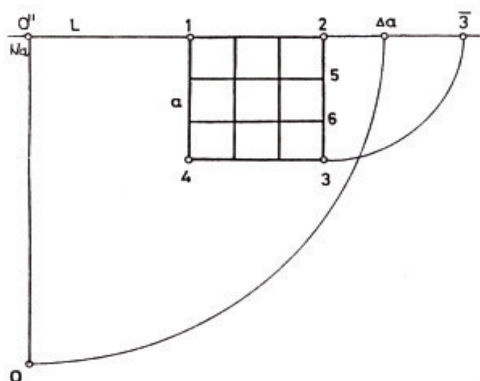
сл. 65а



сл. 656



сл. 66

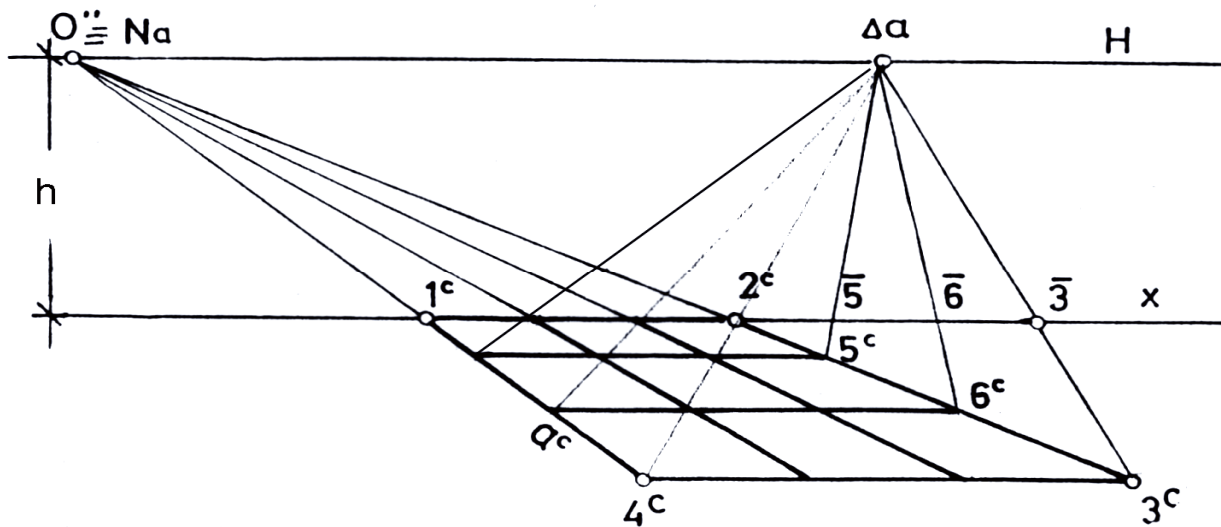


сл. 67 а

На сл. 67 а, б е нацртана фронтална перспектива на квадрат со растер на мрежа од помали квадрати. Квадратот припаѓа на оновицата и се наоѓа пред ликоврамнината, со едната страна на х-оската. Очната точка е поставена бочно. Недогледот на страните нормални на L се совпаѓа со O'' . На сл. 67 а, определена е Δ_a на H со ротирање на O до ликоврамнината.

На сл. 67 б е дадена перспективната слика на квадратот. На H (хоризонтот) кој е поставен на дадена висина - h - од х-оската, е поставена очната точка $O'' \equiv N_a$ и Δ_a . На х-оската е нанесена страната $1\ 2$ во вистинска големина бидејќи припаѓа на L . Страните $1\ 4$ и $2\ 3$ се нормални на ликоврамнината и поради тоа имаат заеднички недоглед во O'' . Страната $2\ 3$ во вистинска големина е нанесена на х-оската десно од 2^c до точката $\bar{3}$. Во пресекот на правците $\Delta_a\bar{3}$ и N_a2^c се наоѓа точката 3^c . Страните на квадратот кои се паралелни со х-оската и во перспектива се паралелни со х-оската. Наоѓањето на точката 4^c и конструкцијата на помалите квадрати се гледа од сл. 67 б.

Еднаквите должини $2\ 5$, $5\ 6$ и $6\ 3$ во перспектива не се еднакви, тие се за толку поголеми за колку што се подалеку од х-оската, за должини кои се пред ликоврамнината.



сл. 67 б

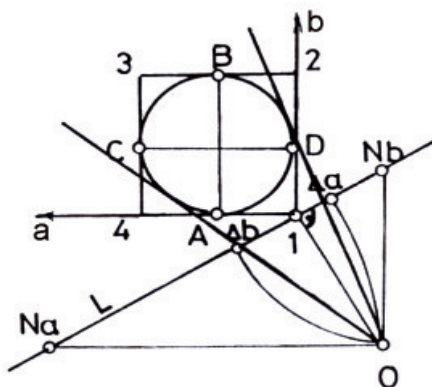
Круг кој припаѓа на основицата во перспектива се гледа како елипса. Наједноставен начин да се определи перспективна слика на круг е тој да се впише во квадрат кој го допира кругот во четири точки. Страните на квадратот се тангенти на кругот.

Ако кругот е паралелен со ликоврамнината, неговата перспективна слика е круг, но со помал или поголем радиус од вистинската големина во зависност од тоа дали кругот е покрај или е зад ликоврамнината.

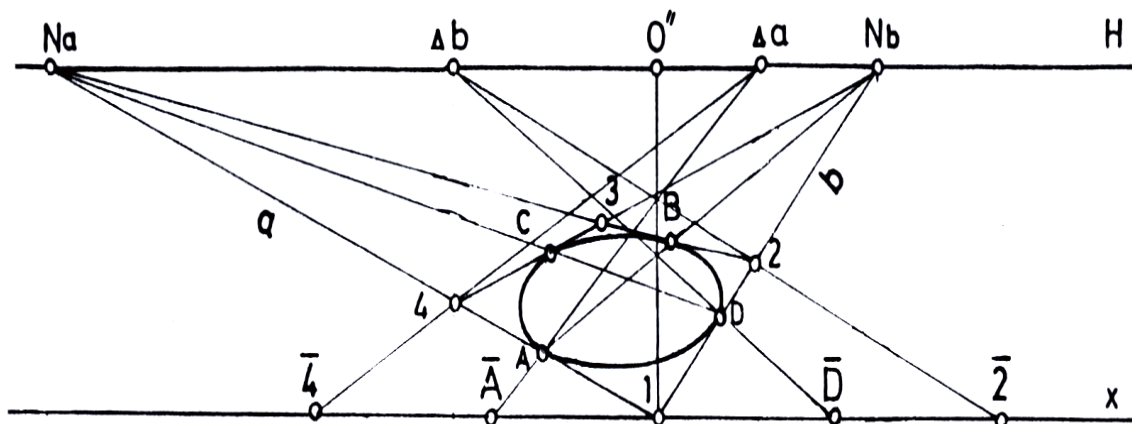
На сл. 68 а, б е нацртана перспектива од агол на круг кој е впишан во квадрат. Очната точка е поставена на растојание кое овозможува целата слика да се гледа под агол од 45° . Нормално на симетралата на аголот е поставена ликоврамнината, низ точката 1. На познат начин најдени се N_a, N_b, Δ_a и Δ_b .

На сл. 68 б е дадена перспективата на кругот и квадратот. Хоризонтот H е поставен на дадена висина од x -оската. На него во покрупен размер се пренесени N_a, N_b, O'', Δ_a и Δ_b . Лево од точката 1 на x -оската се пренесени точките \bar{A} и $\bar{4}$ во вистинска големина. Ако овие точки се поврзат со Δ_a се определуваат перспективните слики на точките A и 4 кои лежат на правецот a . Од десната страна на точката 1, се нанесуваат точките \bar{D} и $\bar{2}$ и на ист начин се наоѓаат нивните перспективни слики кои лежат на правецот b . Во пресекот на $4 N_b$ и $2 N_a$ се добива перспективата на точката 3.

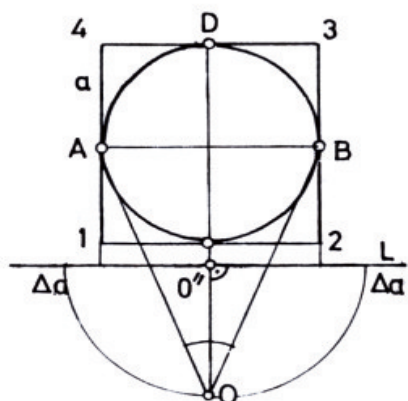
Дијаметарот AB е паралелен со правецот b и затоа имаат заеднички недоглед, N_a . Дијаметарот CD е паралелен со правецот a и нивниот недоглед е N_b . Во вака добиениот квадрат е впишана елипсата која е перспективна слика на кругот.



сл. 68 а



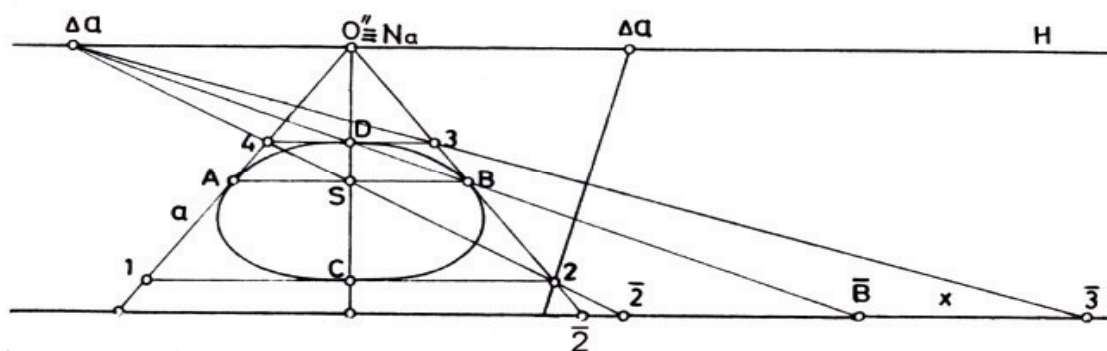
сл. 68 б



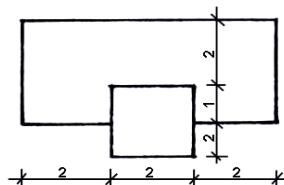
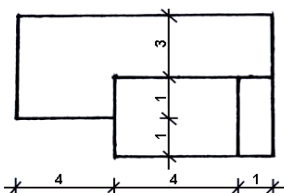
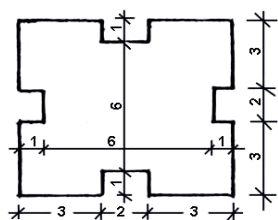
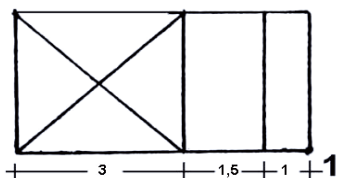
сл. 69 а

На сл. 69 а, е дадена фронтална перспектива на круг кој е впишан во квадрат. Кругот е поставен на основицата, зад ликоврамнината и еден од дијаметрите - АВ - е паралелен со х-оската. Поставена е очната точка и најдени се размерните точки Δ_a .

На сл. 69 б во покрупен размер се пренесени Δ_a и O'' која се совпаѓа со N_a (недоглед на отсеките 1 4, 2 3 и CD). Конструкцијата на квадратот и дијаметрите на кругот АВ и CD се и дијаметри на елипсата (се гледа од сл. 69 б).



сл. 69 б



Задачи за бежбање

ЗАПОМНИ

- ✓ Размерните точки служат за пренесување на должините кои се во вистинска големина, во перспектива.
- ✓ Правецот *a* служи за нанесување должини.
- ✓ Правецот *б* служи за нанесување ширини.
- ✓ Правецот *z* служи за нанесување на висините на телата.

Прашања за проверка на знаењето:

1. Зошто служат размерните точки?
2. Како се обележуваат размерните точки?
3. Каде се нанесуваат недогледите и размерните точки?
4. На кои правци (оски) се нанесуваат должините, ширините и висините на објектот?

Тематска целина
4. ЦРТАЊЕ ПЕРСПЕКТИВА НА
ТРИДИМЕНЗИОНАЛНИ
ПРЕДМЕТИ

**Во оваа тематска целина, ученикот
може да се запознае со:**

- пренесување на висина во перспектива;
- цртање перспектива со методите на координатен систем и со методот на прободи на видните зраци и недогледи;
- техниката на цртање на надворешна и внатрешна перспектива на објекти од практиката и
- цртањето стилизирана човечка фигура.

ТЕМАТСКА ЦЕЛИНА

4. Цртање перспектива на тридимензионални предмети

4. 1. Пренесување на висини во перспектива

***4. 2. Перспективни слики на
тридимензионални предмети***

4. 3. Методи на цртање перспективни слики

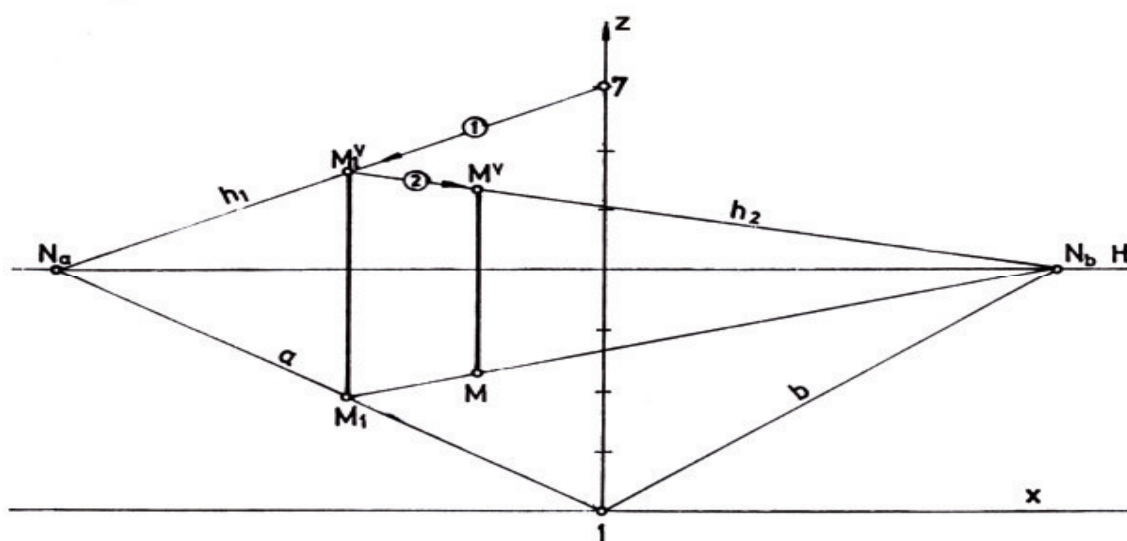
4. 4. Обработка на техничките цртежи

4. 1. Пренесување на висини во перспектива

Цртањето на перспективни слики на тридимензионални облици (тела) е поврзано со нанесување на висини над одредени точки. Вертикалните правци во перспектива се во вистинска големина само ако припаѓаат на ликорамнината (види специјална положба на права). Кај рамнинските ликови, должините и ширините се нанесуваат на правците **a** и **b**, додека висината која како трета димензија ја има кај телата, се нанесува на правецот **z** кој припаѓа на ликорамнината.

Овој правец е познат како **размерна вертикала**, правец **z**, оска на која се нанесуваат висини кои со помош на хоризонтални и недогледи се пренесуваат над потребните точки. Постојат повеќе начини на пренесување на висини во перспектива. На слика 70 е прикажан најчестиот начин.

Дадена е точката **M** над која треба да се крене висина од 7 см. На хоризонтот произволно се поставени недогледите N_a , N_b . На правецот **z** кој припаѓа на ликорамнината и е нормален на **x**-оската, се нанесува висината од 7 см. Точката **M** со помош на N_b се пренесува на правецот **a** и се добива помошната точка M_1 . Над точката M_1 се издига нормала на која со помош на хоризонталата h_1 и недогледот N_a се нанесува висината од **z**-оската (се поврзува N_a со точката 7 од **z**-оската). Висината над точката M_1 за да се пренесе над точката **M** треба точката M_1^y да се поврзе со N_b . На тој начин, се пренесува висината од **z**-оската над точката **M** која е во просторот и се добива точката M^y .



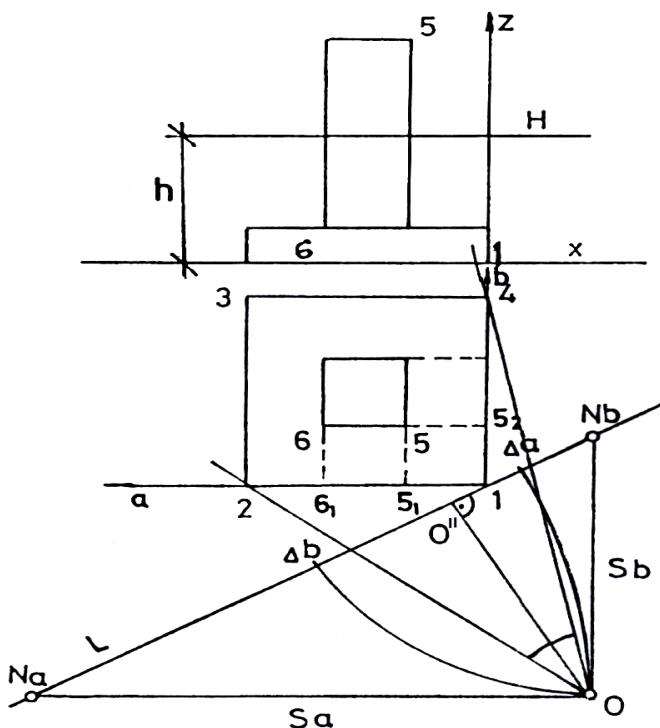
сл. 70

4. 2. Перспективни слики на тридимензионални предмети

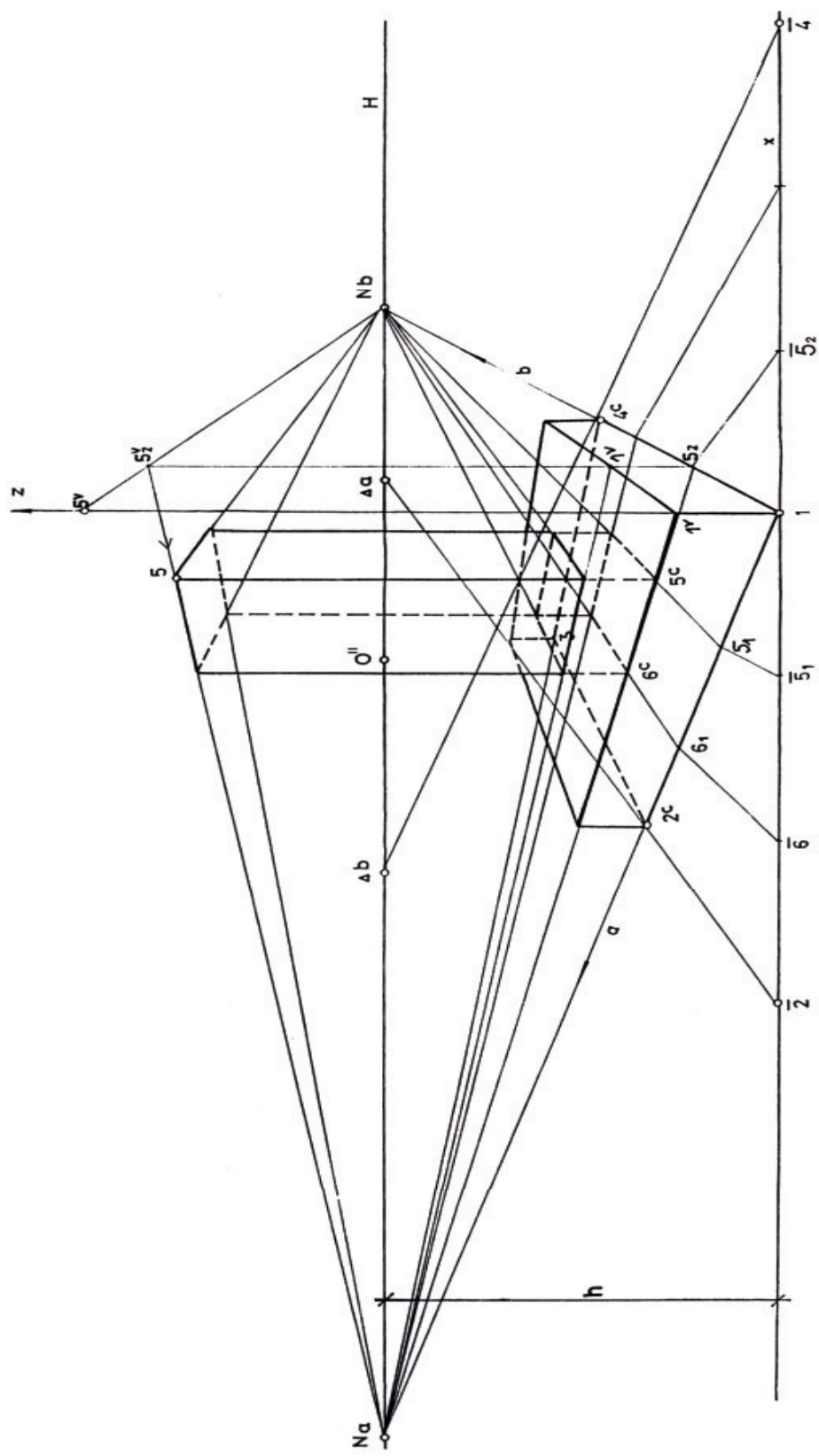
Перспективната слика на тридимензионалните предмети се црта одвоено од ортогоналната слика во која (најчесто во поситен размер) се наоѓаат основните елементи за цртање на перспективната слика.

На сл. 71 а, е нацртана првата и втората проекција на телото и е поставена очната точка и ликорамнината на која се одредени недогледите и размерните точки за едно тело составено од плоча и столб. Низ точката 1 (која припаѓа на L и на телото) во основата и перспективата, се поставени правците a , b и z .

Основата на телото во перспектива е нацртана како и другите рамниниски ликови. Висината на плочата (сл.71б) е нанесена на z -оската до точката 1^v . Оттука со помош на хоризонтални и недогледи, висината на плочата е пренесена над точките 2^c , 3^c и 4^c . На таа висина е и лежиштето на столбот. Висината на столбот се наносува на z -оската до точката 5^v . Со хоризонталата кон N_b , висината се пренесува над точката 5_2 , а потоа со хоризонтални кон N_a над точката 5^c (вертикален раб на столбот). Користејќи ги недогледите, исцртан е горниот базис на столбот. Видливи се оние рабови кои се гледаат од очната точка кон H .



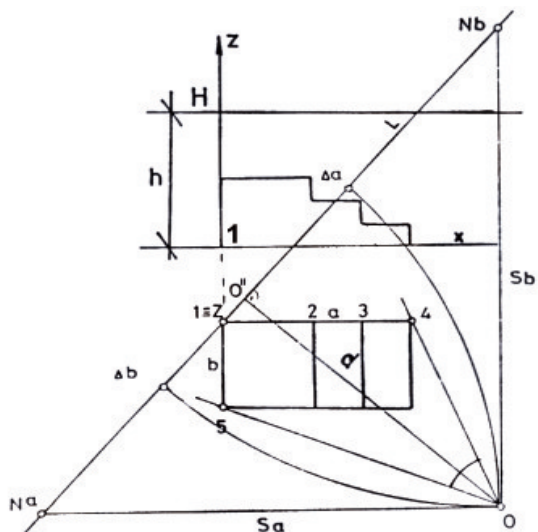
сл. 71а



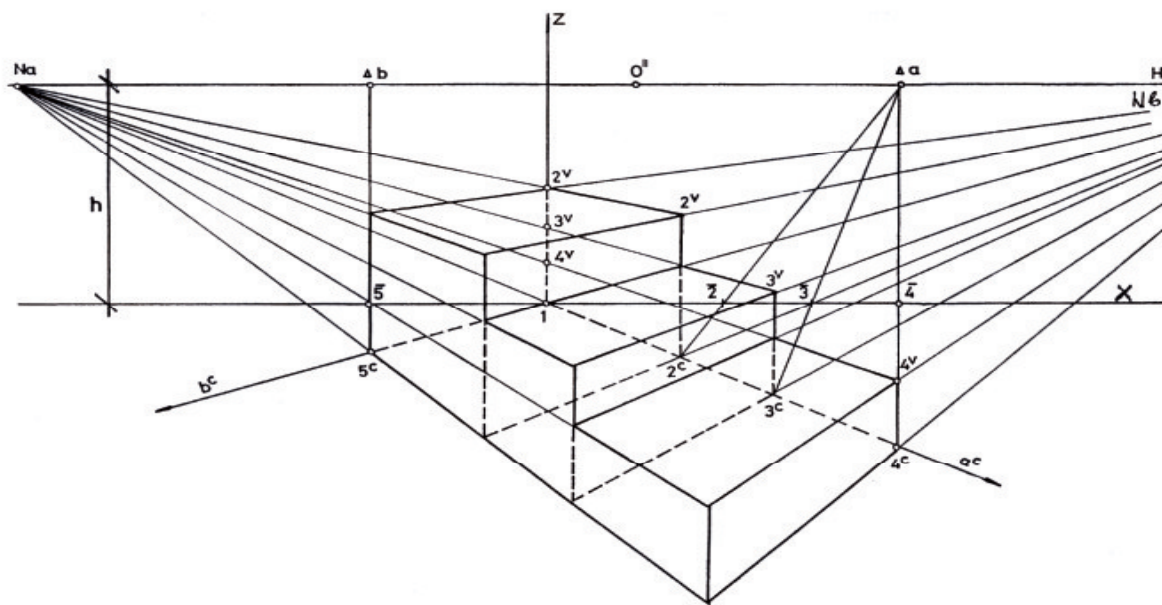
сл. 71 б

На слика 72 е нацртана перспектива на еден просторен елемент во вид на скали. Ликорамнината е поставена зад елементот, во точката 1. Во ортогоналната скица се најдени елементите потребни за цртање на перспективата.

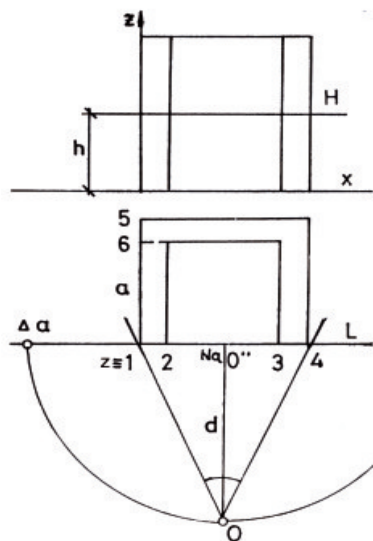
Основата во перспектива е исцртана со помош на недогледите, размерните точки и правците **а** и **б**. Висината е нанесена на правецот **z**, а од тука со хоризонтални кон недогледите се пренесува над соодветните точки.



- ортогонална скица



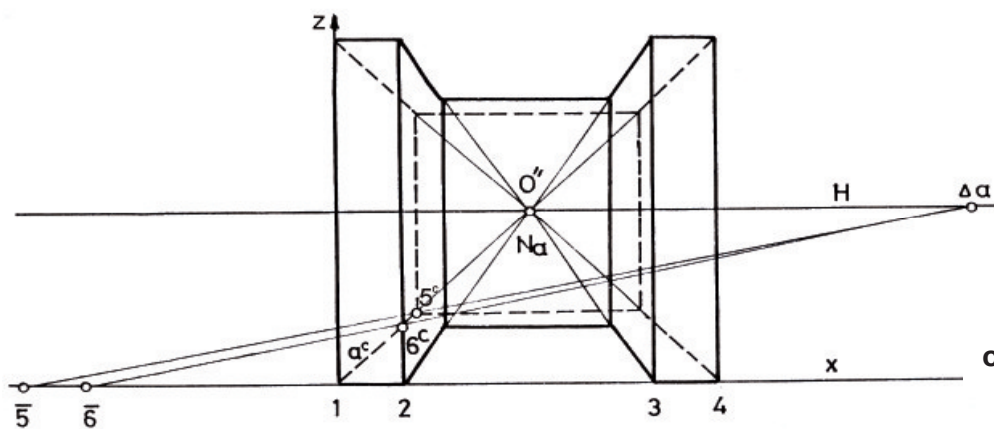
сл. 72



На слика 73 е нацртана фронтална перспектива на просторен елемент поставен зад ликорамнината. Рабовите на телото нормални на ликорамнината имаат недоглед идентичен со главната очна точка, $N_a = O''$. Рабовите на телото паралелни со x-оската и во перспектива се паралелни со неа. Размерната точка Δ_a се наоѓа на ликорамнината оддалечена од O'' за растојанието d .

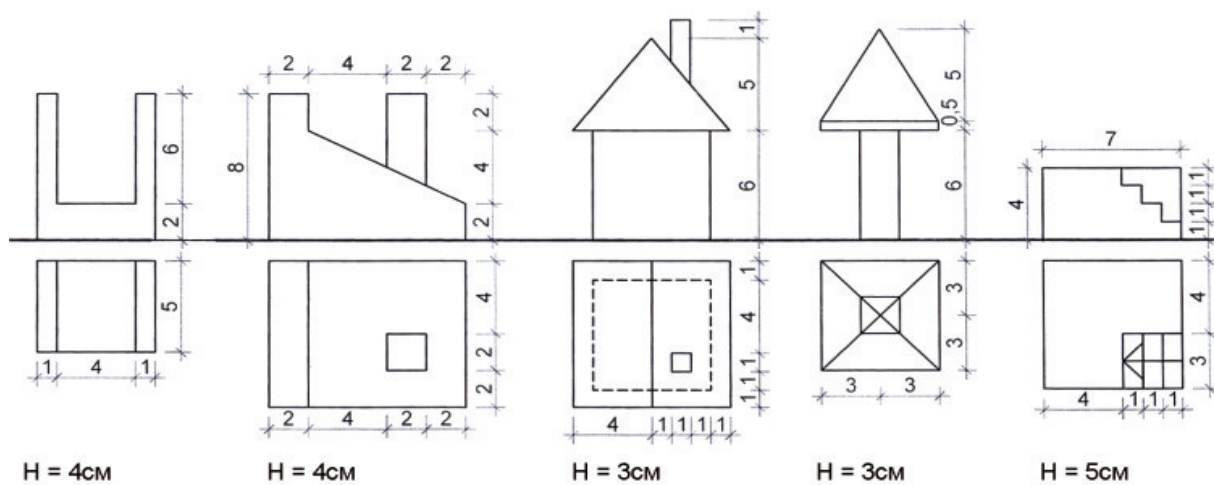
Перспективната слика е нацртана во покрупен размер. На x-оската лево, почнувајќи од точката 1 се нанесуваат вистинските должини од правецот a . Во пресек на $\bar{5} - \Delta_a$ со правецот a^c , се наоѓа 5^c . Во пресек на $\bar{6} - \Delta_a$ со правецот a^c , се наоѓа 6^c .

Висината е во вистинската големина над сите рабови кои ѝ припаѓаат на ликорамнината. Конструкцијата на другите висини се гледа на сликата.



сл. 73

Задачи за вежбање





4. 3. Методи на цртање перспективни слики

При исцртување на перспективните слики постои етапност и редоследност и тоа:

- во поволен размер се црта ортогоналната проекција на телото, ликорамнината и очната точка и се определуваат недогледите и размерните точки;
- се определува размер за перспективната слика;
- се пренесуваат добиените елементи од ортогоналната слика на цртачкиот лист;
- се дефинира размерната вертикала z и основната права x ;
- се исцртува спуштената основа со сите детали;
- се црта перспективната слика користејќи ги елементите од добиената спуштена основа и се пренесуваат висините на објектот;
- дефинитивно се исцртува објектот и се обработува перспективната слика со поставување на фигура на човек како појдовен елемент за согледување на големините и соодносот на објектот и околината.

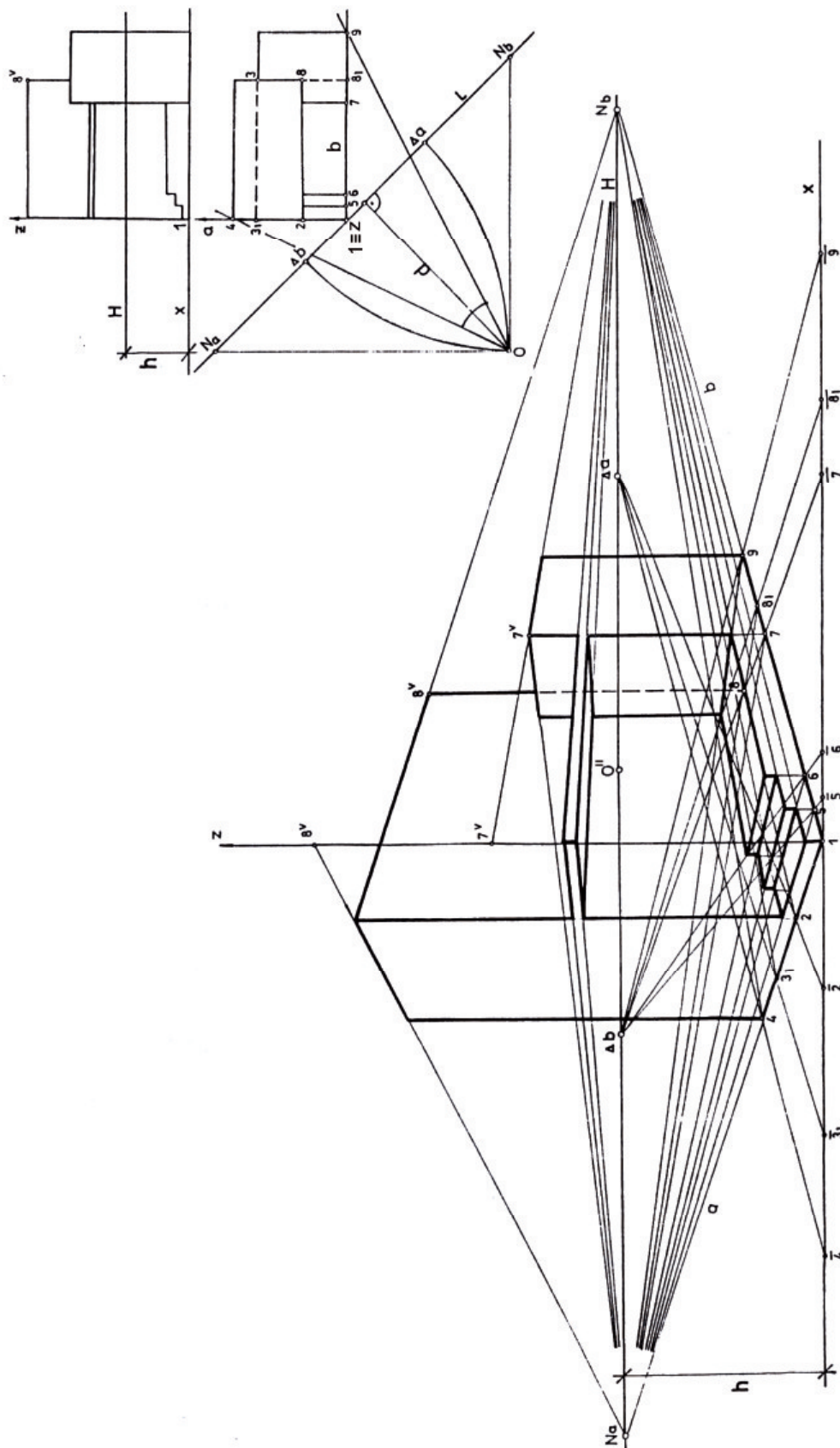
Кога ќе се стекне поголемо искуство, перспективните слики може да се цртаат и со слободна рака користејќи многу форми и детали.

Постојат повеќе методи на цртање перспективни слики меѓу кои најпознати се:

- метод на прободи на видни зраци и недогледи и
- метод на координатен систем.

Најчесто, за цртање перспективни слики се употребува методот на координатен систем (сл. 74). Основата и втората проекција на објектот се цртаат во помал размер и на тој цртеж се одбира точка која се усвојува за координатен почеток и низ неа поминуваат трите главни правци на објектот: правец a – за должини, правец b – за ширини и правец z – за висини.

Во ортогоналната проекција на основата на телото се поставува очната точка O , така што видниот агол да не биде поголем од 45° . Нормално на симетралата на тој агол се поставува ликорамнината низ точката која е определена како координатен почеток. Недогледите и размерните точки се определуваат на познатиот начин.



сл. 74



На сл. 74 е дадена основата и перспективната слика на еден објект. Координатниот систем е поставен во точката **1** како и правците *a*, *b* и *z*. Најдени се недогледите N_a и N_b и размерните точки Δ_a и Δ_b . Точките на основата се наоѓаат со помош на нивните координати, растојанија на секоја точка од координатниот почеток (точката **1**) во правец *a* и *b*. Точките кои не припаѓаат на основните правци треба да се проектираат на нив. Тоа се точките **3** и **8** кои се обележени како 3_1 и 8_1 на правецот *a* и *b*.

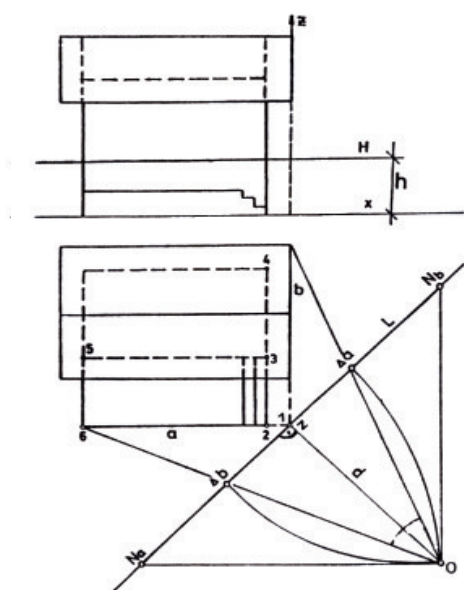
Точките **2**, 3_1 и **4** се наоѓаат на правецот *a* во основа. Во перспектива, тие растојанија се пренесуваат земени од точката **1** на *x*-оската, лево од точката **1** и од размерната вертикала. Тоа се точките $\overline{1,3_1}$ и $\overline{4}$, кои поврзани со Δ_a се пренесуваат на правецот *a* и се добиваат перспективните слики на точките **2**, 3_1 и **4**. Исто така, се најдени перспективните слики на точките **5**, **6**, **7**, 8_1 и **9** на правецот *b* со размерната точка Δ_b . Нивните растојанија од точката **1** во основата се нанесени на *x*-оската на десната страна од точката **1** и од размерната вертикала. Точката **8** е најдена во пресек на $2 - N_b$ и $8_1 - N_a$. Основата на објектот се конструира со помош на овие точки и недогледите спрема ортогоналната проекција.

Висините на објектот се нанесуваат на *z*-оската за секој дел посебно и оттука со хоризонталите се пренесуваат на вертикалите кои се кренати од секоја точка.

Висините на точките нанесени на *z*-оската може да се пренесат само на вертикалите на точките кои се наоѓаат на правците *a* или *b*. Ако точката не лежи на основните правци како што е точката **8**, тогаш нејзината висина (точката 8^y) се пренесува со поврзување со N_a на вертикалата крената од точката **2**. Од тука со хоризонталата кон N_b се пренесува над точката **8**.

Во перспективата, многу често, се користи спуштање на основата. Спуштената основа овозможува прецизно наоѓање на точки кои се во пресек на прави што се сечат под (многу мал) остар или (многу голем) тап агол.

Ова се постигнува со спуштање на основната рамнина надолу, односно со зголемување на висината на хоризонтот. Пресек на спуштената основа со ликорамнината е x_1 -оската. При усвојувањето на координатниот систем, најдобро е целиот објект да остане зад правците *a* и *b*. Во тој случај, точките имаат позитивни координати.



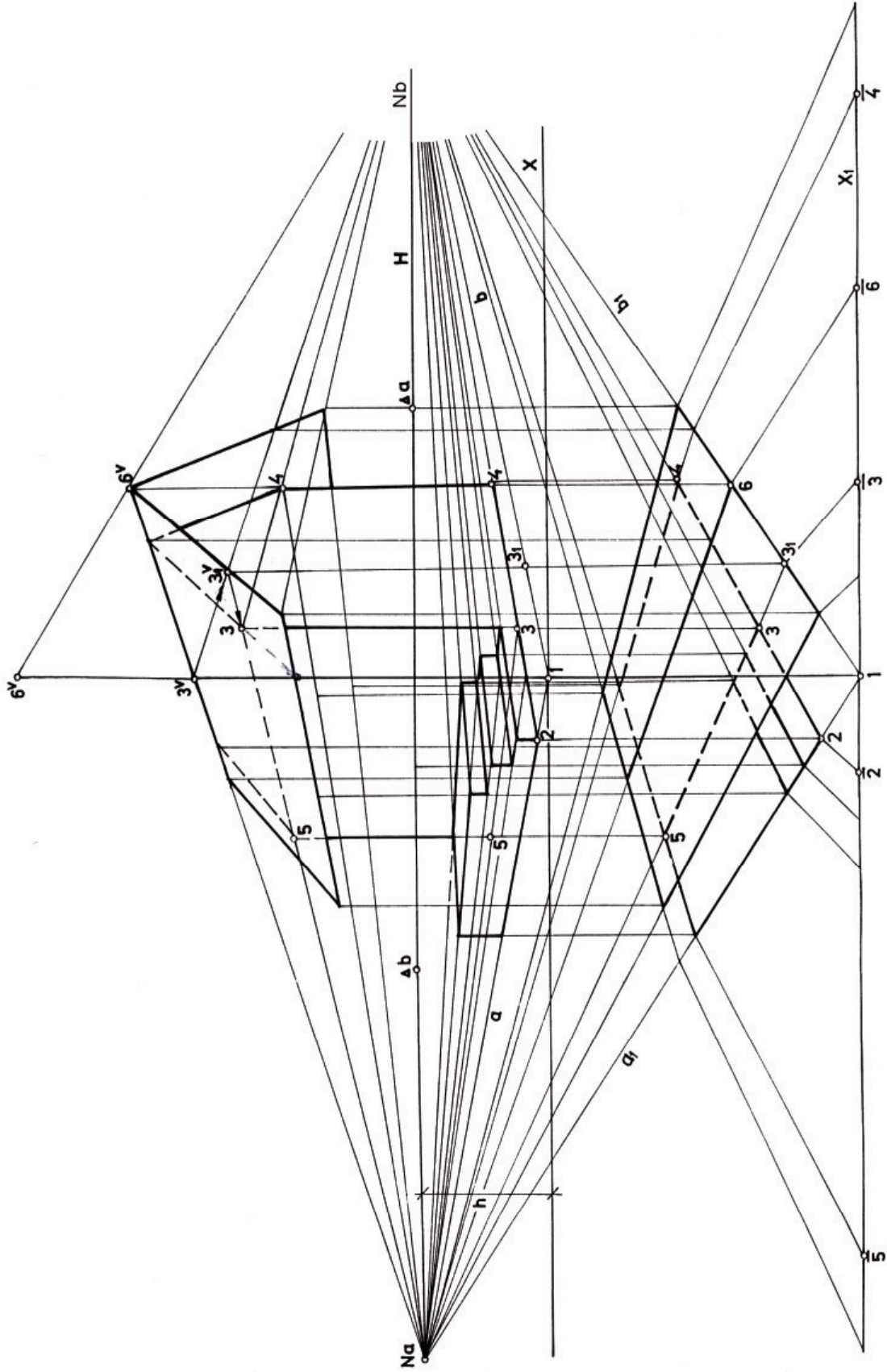
сл. 75 а

И тука треба да се внимава на правилото дека сите должини и ширини од телото во перспектива се нанесуваат на x -оската, а од тука се пренесуваат во перспектива со помош на размерните точки.

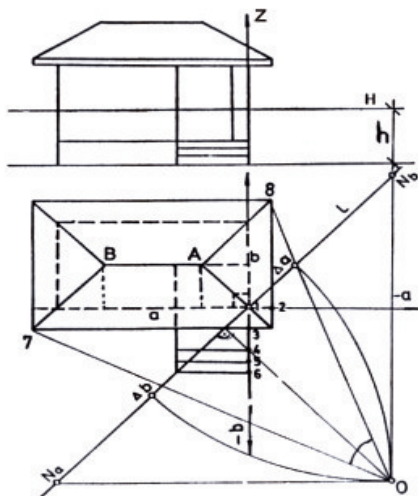
На слика 75 б е нацртана перспектива на објект со влезна тераса и двоводен покрив. На сликата 75 а во ортогонална проекција се најдени елементите за цртање перспектива и се пренесени во сликата 75 б.

Спуштената основа на објектот е нацртана на сликата 75 б со почеток во точка **1** на оската x_1 . Обележени се покарактеристичните точки во основата на објектот. Тие се нанесени на x -оската (лево - должини и десно - ширини). Од x -оската, со помош на размерните точки и недогледите е конструирана основата. Висината на секоја точка е нанесена на z -оската од каде што со хоризонтални кон недогледите се пренесува на вертикалите кренати над точките во основата. Останатата конструкција на перспективата се гледа од сликата 75 б.





сл. 75 б

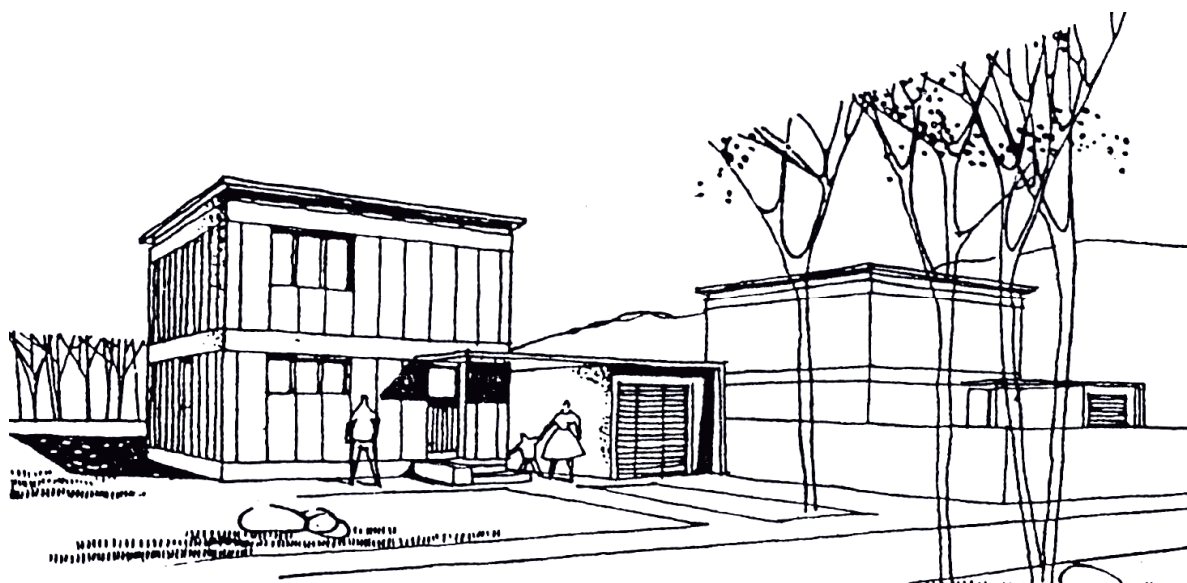


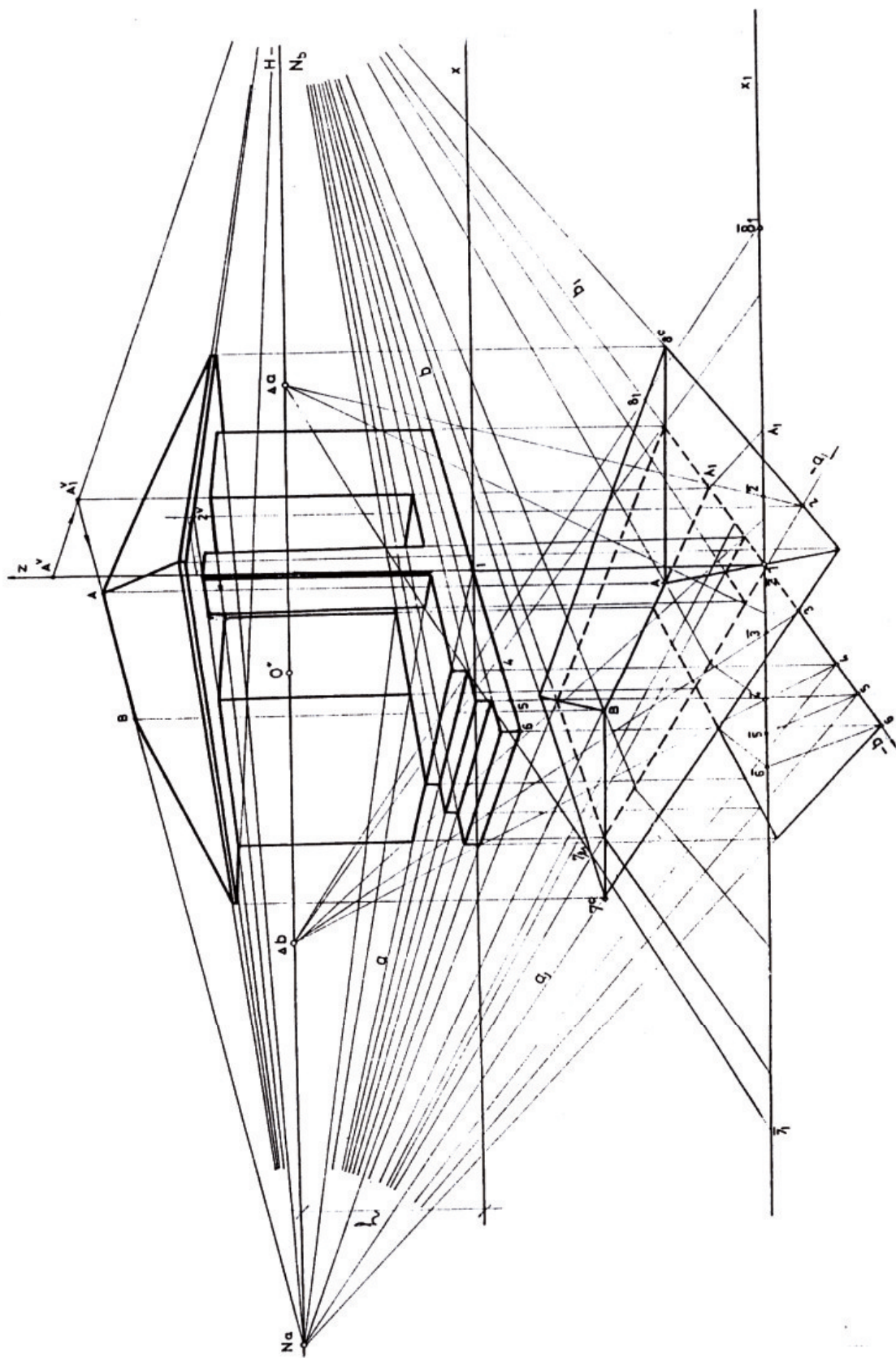
сл. 76 а

На слика 76 е решен пример на објект со негативни координати. Тоа е точката 2 во правец $-a$ и точките 3, 4, 5 и 6 во правец $-b$. Точките со негативни координати од правецот $-a$, во перспектива се нанесуваат десно од точката 1, а со размерната точка Δ_a се наоѓаат на правецот $-a$. Исто така, точките со негативни координати од правецот $-b$ се нанесуваат на x -оската, лево од точката 1. Со размерната точка Δ_b се наоѓаат перспективите на тие точки на правецот $-b$.

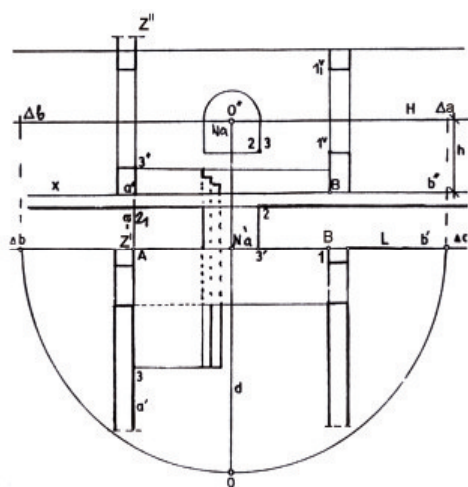
Висините на точките се нанесуваат на правецот z , а од тука со хоризонтални се пренесуваат над точките во основата.

Конструкцијата на перспективата се гледа од сликата 76 б.





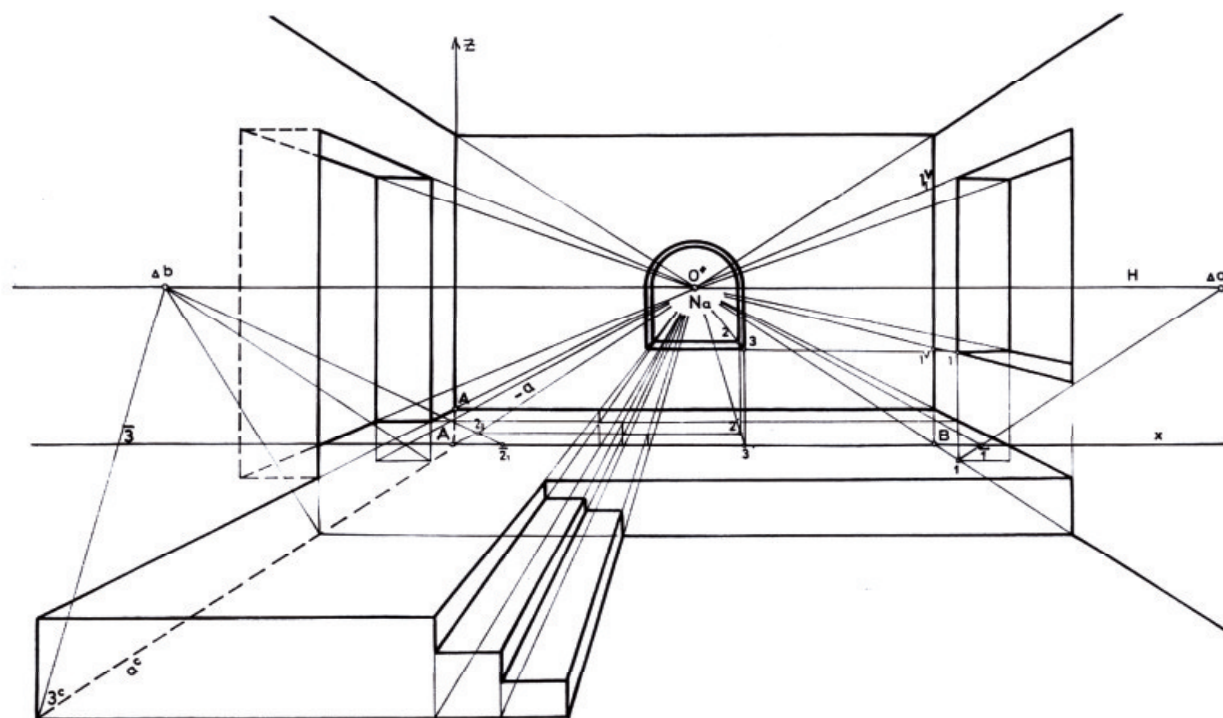
сл. 76 б



сл. 77 а

На сл. 77 е нацртана фронтална перспектива на еден внатрешен простор по методот на координатен систем. Ликорамнината се поклопува со задниот фронтален ѕид од просторијата. Правецот a е нормален на ликорамнината. На висина h е поставен хоризонтот, а на него O'' пренесено од основата. Во перспектива, фронталниот ѕид е во вистинска големина. Горниот и долниот раб на бочните ѕидови се нормални на ликорамнината и имаат недоглед во O'' ($N_a \equiv O''$). Размерните точки се на хоризонтот лево и десно од O'' .

Конструкцијата на перспективата се гледа од сликата 77 б.



сл. 77 б

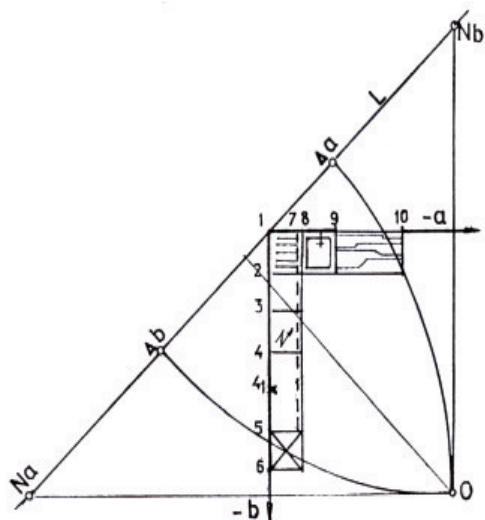


сл. 78

На сл.78 е претставена перспектива од агол на внатрешност на кујна. Мебелот е нареден по должината на два зида. Ликорамнината е поставена во точката 1, зад мебелот од кујната.

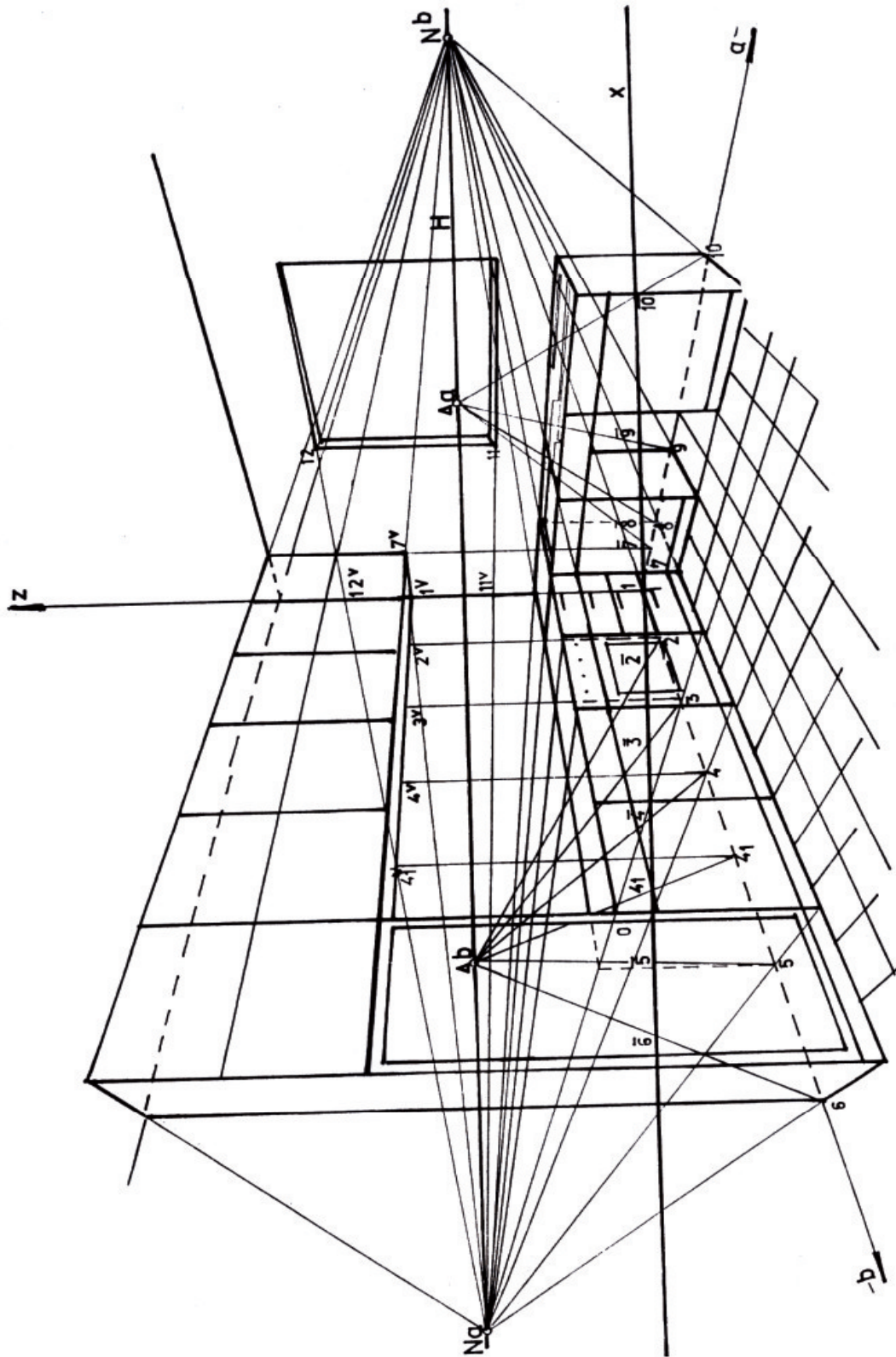
Со помош на очната точка, се одредени недогледите и размерните точки. Точките 2, 3, 4, 4₁, 5 и 6 означуваат места од каде што почнуваат елементите на кујната. Тие точки од ортогоналната проекција во одреден размер се пренесени на x-оската и тоа лево од точката 1 во правецот -б (сл. 78б). Со размерната точка Δ_б се одредени перспективите на тие точки на правецот -б. Исто така, најдени се точките 7, 8, 9 и 10 кои се нанесени десно од точката 1 на x-оската. Со размерната точка Δ_а се најдени перспективите на овие точки на правецот -а. Конструкцијата на секој елемент од мебелот е изведена со помош на недогледите.

Висините на поедини елементи се нанесени на z-оската и од тука со хоризонтали кон недогледите се пренесени над соодветните места.



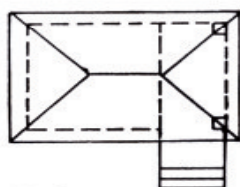
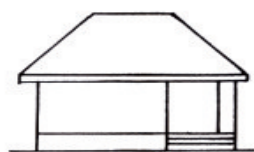
сл. 78 а





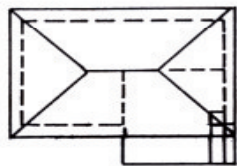
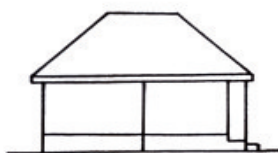
сл. 78 б

Задачи за вежбање



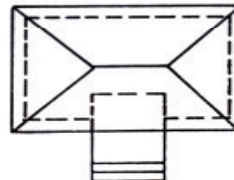
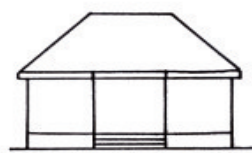
H=4см.

a



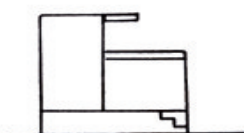
H=4см.

б

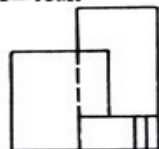


H=4см.

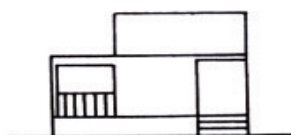
b



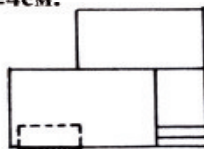
H=4см.



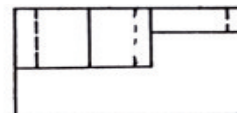
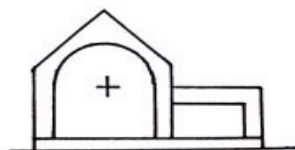
г



H=4см.



g



H=4см.

г

4. 4. Обработка на техничките цртежи

Квалитетот на проектите се зголемува со додавање на добро одбрани графички прикази на стилизирани изгледи на ниско и високо зеленило и на човечка фигура.

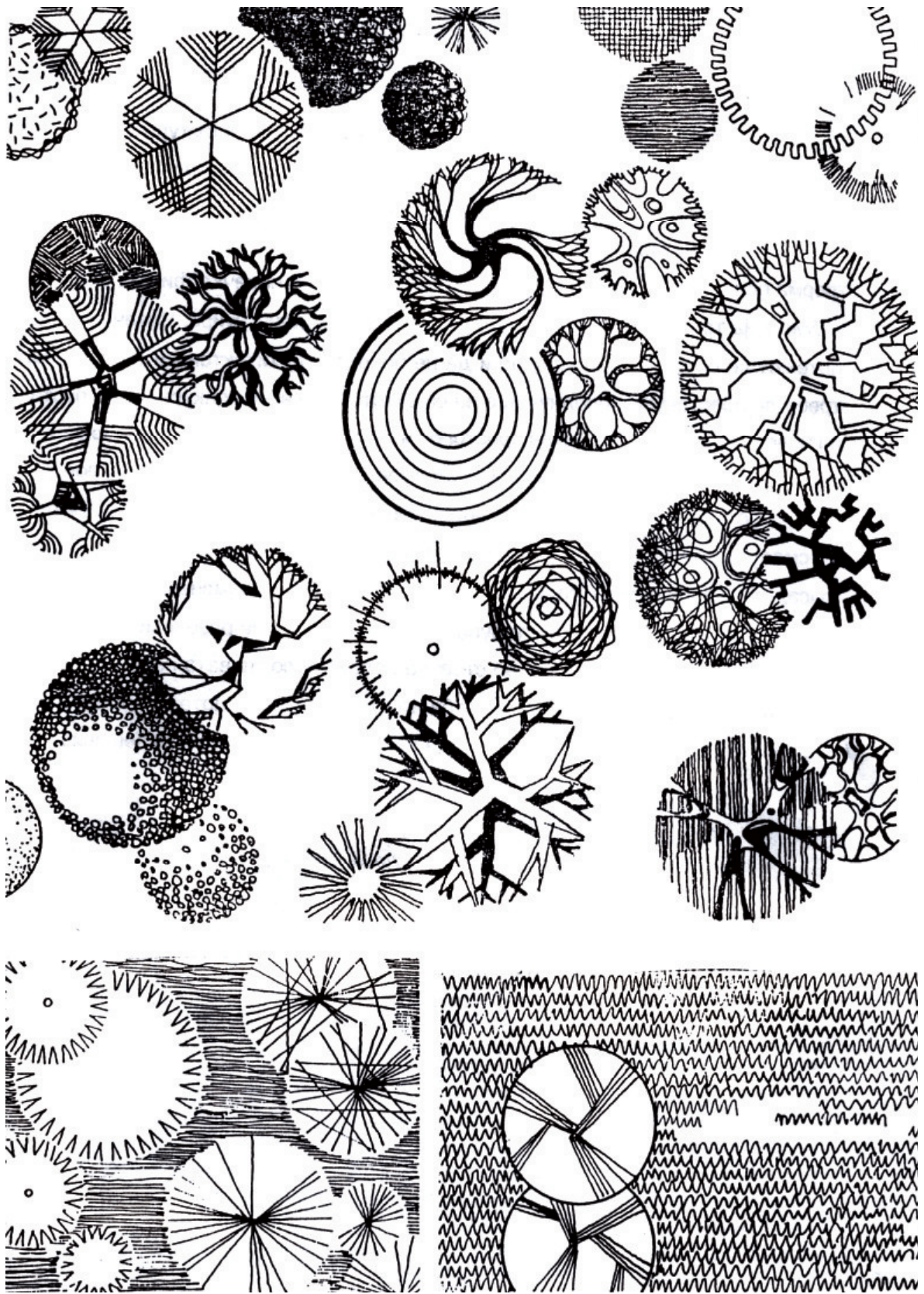
Зеленилото се прикажува стилизирано во проекти кои се цртани во поситен размер, а со повеќе детали (гранки, лисја) во проекти нацртани во покрупен размер.

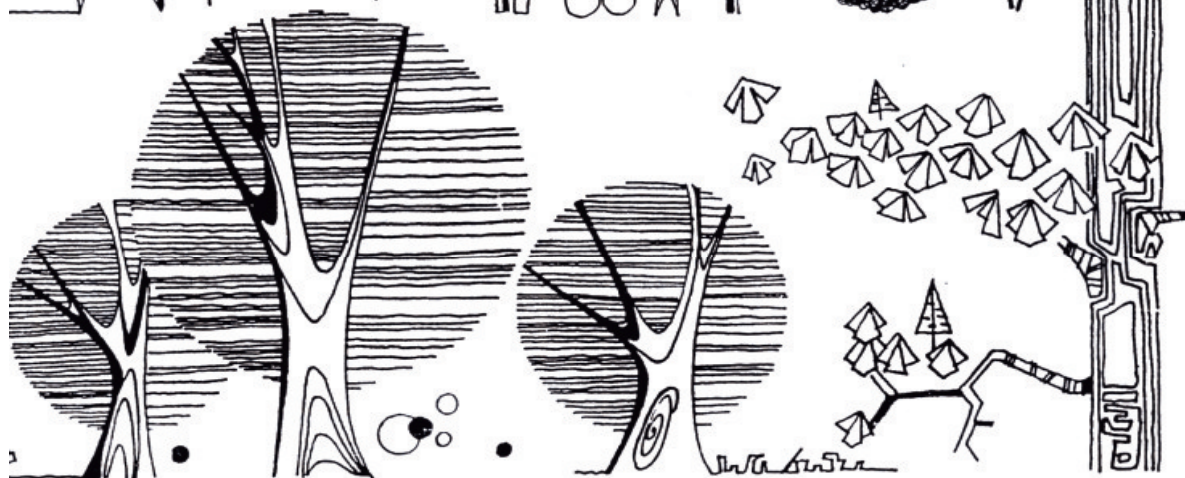
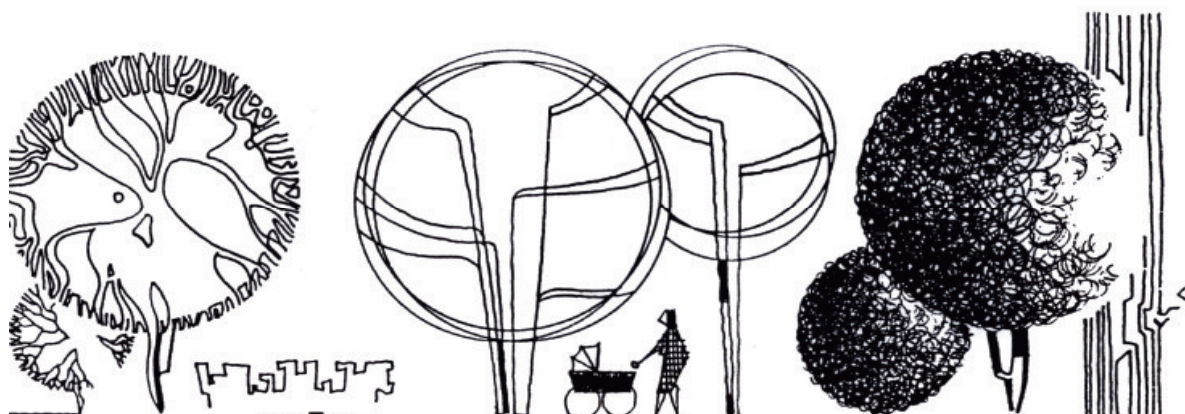
Цртежот дополнет со човечки фигури ја оформува целата композиција на цртежот. Човечката фигура во проектите е стилизирана со правилни димензии, пропорции и движења со едноставна графичка форма, без детали.

Со добро обликување и сместување на зеленилото и на човечката фигура, се дополнува цртежот, се создава осет за реалните димензии на објектот и се оживува просторот.

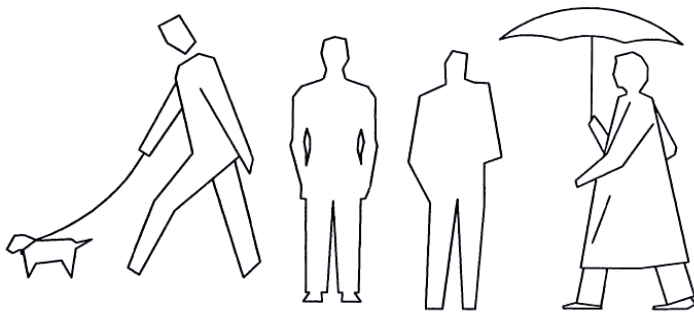
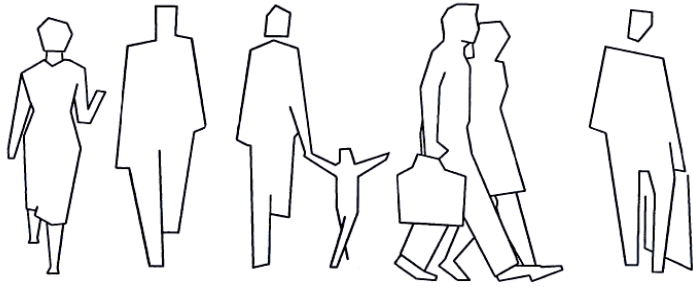
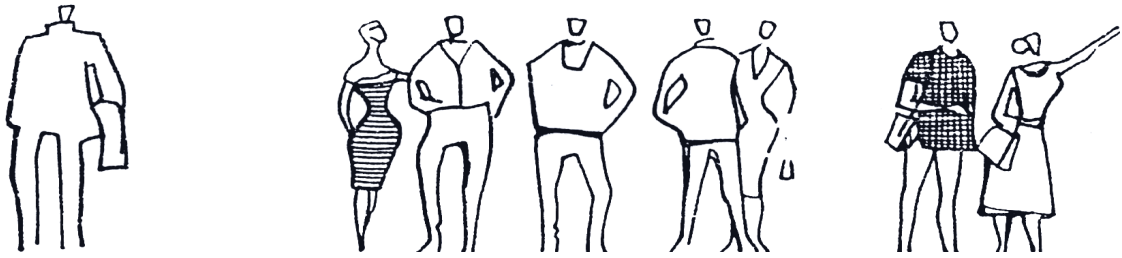
Во продолжение, се дадени повеќе примери на цртежи на високо и ниско зеленило во основа, во изглед и во перспектива. Дадени се и примери на стилизирани човечки фигури за техничките цртежи.

– Зеленило во основа





– Човечки фигури во изглед (фасада)



Користена литература:

1. **Нацртна геометрија** за градежните училишта - Василева, Мангароски, Матески, Олуик, Трпковскаи
2. **Дескриптивна геометрија** - Др. Вилко Ниче
3. **Нацртна геометрија** за IV разред гимназије природно-математичког смера - Др. Загорка Шнајдер, Весна Томашиќ
4. **Нацртна геометрија** за II, III и IV разред гимназије - Драгутин Мутабџија и Лав Рајчиќ
5. **Перспектива** - арх. Петар Д. Анагности